В. А. Бочаров

АРИСТОТЕЛЬ
и традиционная логика

АНАЛИЗ
СИЛЛОГИСТИЧЕСКИХ
ТЕОРИЙ

МГУ

ИЗДАТЕЛЬСТВО
МОСКОВСКОГО УНИВЕРСИТЕТА
1984

Бочаров В. А. Аристотель и традиционная логика (Анализ силлогистических теорий). М.: Изд-во Моск. ун-та, 1984. — 136 с.

В книге рассматривается широкий круг вопросов, связанных с исследованием теорий дедукции того типа, который принято называть силлогистиками. Особое внимание уделяется теории рассуждений Аристотеля. Выявляется глубокое отличие этой теории от ее традиционных описаний в элементарных учебниках логики. Дается анализ неаристотелевских силлогистических теорий.

Для преподавателей, аспирантов и студентов, интересующихся проблемами логики и методологии науки.

Печатается по постановлению
Редакционно-издательского совета
Московского университета

Рецензенты:
доктор философских наук **А. А. Ивин**,
кандидат философских наук **Ю. В. Ивлев**

Б $\frac{0302040000-276}{077(02)-84}$ 34—84

© Издательство Московского университета, 1984 г.

ВВЕДЕНИЕ

Логика, как и всякая наука, прошла долгий и сложный путь становления и развития. В зависимости от конкретно-исторических условий и совокупности накопленных знаний неоднократно менялись представления о том, что является ее предметом, какие цели и задачи она должна ставить перед собой и какими методами они должны достигаться, каково ее значение в познании реальности. Но несмотря на все трансформации в понимании предмета логики, всегда имелось своего рода ядро, которое признавалось всеми исследователями центральным моментом любого логического учения. Таким несомненным ядром являлась и до сих пор является теория дедуктивных умозаключений, или, говоря проще, теория дедукции.

Начиная со средневековья и вплоть до того момента, когда в связи с широким проникновением в логику строгих математических приемов исследования стала бурно развиваться так называемая символическая логика и появились совершенно новые, ранее неизвестные теории дедуктивных рассуждений, наши знания в области теории дедукции ограничивались главным образом одной, относительно разработанной, логической системой — силлогистикой. Несколько иной была, правда, ситуация в эллинистический период развития логики, когда наряду с силлогистикой, развитой одним из крупнейших представителей древнегреческой философии Аристотелем (384—322 гг. до н. э.), существовали не менее интересные по своим логическим идеям учения стоиков и мегариков.

Современные исследования показывают, что этим двум школам удалось построить отличную от Аристотеля теорию дедукции, которую можно было бы в терминах современной науки охарактеризовать как логику высказываний. Работы представителей этих школ были, однако, рано забыты и утеряны. До нас дошли только отдельные фрагменты их учения, которые зачастую излагаются в связи с обзором концепций других авторов [1]. Таким образом, уже в период раннего средневековья логические работы Аристотеля и комментарии к ним стали основными и, пожалуй, единственными источниками сведений о логике.

[1] Наиболее подробное описание учения стоико-мегарской школы содержится у Секста Эмпирика [37]. См. также работу Диогена Лаэртского [21]. Современные реконструкции логики этих школ читатель может найти у Т. Котарбиньского [25].

Эти примеры, а число их можно значительно увеличить, показывают, что традиционная силлогистика является теорией, расширенной до сингулярной силлогистики, поэтому встает вопрос о характерных особенностях последней. Опираясь на примеры силлогизмов с единичными терминами, взятыми из учебников логики, можно выявить следующие черты традиционной сингулярной силлогистики. Во-первых, сингулярные термины в высказываниях могут появляться и на месте субъекта, и на месте предиката («Сократ есть человек», «Этот газ не есть кислород»). Во-вторых, единичные высказывания, будучи посылками и заключениями силлогизмов, не выделяются, однако, в самостоятельный класс выражений. Достигается это за счет их рассмотрения как высказываний общих. Так, высказывание «Этот газ не есть кислород» трактуется как общеотрицательное, а «Кислород поддерживает горение» как общеутвердительное предложение.

Эти две особенности говорят о реализуемости в традиционной сингулярной силлогистике второго подхода к анализу категорических высказываний (см. § 3 настоящей главы). Поэтому и способы оперирования с единичными предложениями должны быть аналогичны способам оперирования с общими высказываниями, как это было отмечено в § 3. Так, например, обращение «*a* есть *P*» будет верно лишь с ограничением, т. е. результатом обращения должно быть высказывание «Некоторый *P* есть *a*», а для «*a* не есть *P*» обращение будет верно без ограничения, что дает «Всякий *P* не есть *a*», и т. д.

* * *

Заканчивая обзор традиционной силлогистики, остановимся вкратце на понимании Я. Лукасевичем соотношения между традиционной и аристотелевской логиками. Совершенно справедливо подчеркивая, что это разные теории и что их не следует смешивать, он полагал, что различие между ними состоит прежде всего в понимании самого силлогизма. Если в традиционной логике силлогизм рассматривается как правило вывода, то Аристотель, по его мнению, трактует силлогизм как импликацию. Другое их отличие Лукасевич видит в очевидном использовании в традиционной силлогистике сингулярных терминов. Аристотель же, как считает исследователь, силлогизмов с единичными терминами не строил. Думается все же, что демаркационная линия между данными теориями проходит не там, где ее видит Лукасевич. В дальнейшем мы попытаемся детально показать, что в действительности понимал под силлогистикой Аристотель.

Глава вторая

АРИСТОТЕЛЕВСКАЯ СИЛЛОГИСТИКА

§ 1. КАТЕГОРИЧЕСКИЕ ВЫСКАЗЫВАНИЯ И ПОНЯТИЕ СИЛЛОГИЗМА

В работе «Об истолковании» Аристотель дает сжатое изложение своего учения о том, что он называет высказыванием (ἀπόφανσις), или высказывающей речью (λόγος ἀποφαντικός). Его определение звучит следующим образом: «Но не всякая речь есть высказывающая речь, а лишь та, в которой содержится истинность или ложность чего-либо; мольба, например, есть речь, но она не истинна и не ложна» [3, 17a 2—4].

Итак, в описании данной логической категории явно наличествует как грамматический момент, так и момент семантический, ибо, с точки зрения Стагирита, высказывание не просто речь (предложение), но такая речь, в которой содержится истинность или ложность чего-либо. Если теперь поставить вопрос, а каково же то самое «что-либо», которое оценивается как истина или ложь, то им оказывается, по Аристотелю, утверждение и отрицание, содержащиеся в высказываниях: «Первая единая высказывающая речь — это утверждение, затем — отрицание» [3, 17a 8]; «...истинно утверждение относительно того, что на деле связано, и отрицание относительно того, что на деле разъединено; а ложно то, что противоречит этому разграничению» [3, 1027b 20—23].

Аристотель далее указывает, что каждая высказывающая речь должна содержать в обязательном порядке два логико-грамматических элемента — имя (ὄνομα) и глагол (ῥῆμα). Но ни один из этих элементов, взятых отдельно, не образует высказывающей речи. «Имена же и глаголы сами по себе подобны мысли без связывания или разъединения, например, «человек» или «белое»; когда ничего не прибавляется, нет ни ложного, ни истинного, хотя они и обозначают что-то: ведь и «козлоолень» что-то обозначает, но еще не истинно и не ложно, когда не прибавлен [глагол] «быть» или «не быть» — либо вообще, либо касательно времени» [3, 16a 13—18].

По структуре он различает простые («человек», «Сократ») и составные имена («красивая лошадь», «судно морских разбойников») [3, 16a 22—27]. Кроме того, Аристотель классифицирует имена и по их референциальному статусу: общие («человек») и единичные («Сократ»). Однако он знаком и с тем, что мы сейчас бы назвали пустыми именами. Пример такого термина приводился выше — это «козлоолень», который хотя и обладает смыслом, не имеет референта в сущем.

Таким образом, Аристотелю были известны все семантические типы имен, которые принято выделять и в современной логике — пустые, единичные и общие. Но его классификация содержит еще один тип имен, а именно неопределенные имена, которые занимают промежуточное положение между подлинными именами, обозначающими нечто сущее, и пустыми именами. К ним он относит термины, которые начинаются с отрицательной частицы «не-» (например, «не-человек»), описывая эту категорию так: «„Не-человек" не есть имя; нет такого имени, которым можно было бы его назвать, ибо он не есть ни речь, ни отрицание. Пусть оно называется неопределенным именем, <потому что он одинаково подходит к чему угодно — к существующему и к несуществующему>» [3, 16а 30—34]. Здесь интересно обоснование, в силу которого эти имена надо считать неопределенными. Действительно, что такое «не-человек»? Все, что не является человеком, например, «лошадь» (существующий объект) и «козлоолень» (несуществующий объект) могут с одинаковым правом называться этим термином. Таким образом, экзистенциальная характеристика этого термина действительно является неопределенной[1].

Следующим важным элементом высказывающей речи является глагол, относительно которого Аристотель пишет: «Каждая высказывающая речь необходимо заключает в себе глагол или изменение глагола по времени, ведь и речь о человеке не есть высказывающая речь до тех пор, пока не присоединено «есть», или «был», или «будет», или нечто подобное» [3, 17а 9—12]. Всякий глагол обозначает, помимо прочего, еще и время. Так, «здоровье» есть имя, а «здоров» есть глагол, «...ибо это еще обозначает, что здоровье имеется в настоящем времени» [3, 16b 9]. Как и в случае с именами, Аристотель различает, так сказать, подлинные глаголы и неподлинные (неопределенные). Например, выражение «не здоров» не относится к глаголам, ибо хотя оно «...обозначает еще и время и всегда присуще чему-либо, но для этого различия нет названия; назовем его неопределенным глаголом, потому что оно одинаково подходит к чему угодно — к существующему и несуществующему» [3, 16b 13—15].

А. С. Ахманов справедливо полагает, что Стагирит не выделяет связку (*copula*) в самостоятельный элемент высказывания, как это делается в традиционной логике, но относит ее к сказуемому (предикату) (см. [6, с. 132])[2]. В самом деле, мы нигде не встречаем у Аристотеля выделение связки в самостоятельный элемент. Напротив, анализируя сказуемые, он постоянно употребляет выражения вида «есть бледный человек», «не есть бледный человек», «не могущее быть», «могущее не быть» и т. д. (см. [3, 20b 1—11, 21b 15—а13]). Довольно часто связка «есть» вообще опускается — «человек бел», «он здравствует», «он ходит» (см. [3, 17b 10, 20а 3]). Однако тут же дается пояснение, что «...в тех высказываниях, в которых «быть» не прибавляется, то же самое выполняет то, что сказано вместо «быть» (например, отрицанием [высказывания] «человек идет» будет не [высказывание] «не-человек идет», а «человек не идет», ибо нет никакой разницы, сказано ли «человек идет» или «человек есть идущий»)» [3, 21b 6—10]. С этой точки зрения глагол «здоров» должен означать то же самое, что и «есть здоровый». Но тогда неопределенным глаголом, т. е. глаголом, который одинаково подходит к чему угодно — к существующему и несуществующему, будет «не есть здоровый».

Анализ текстов Стагирита, думается, недвусмысленно показывает, что его трактовка глагола (сказуемого) совпадает с тем пониманием предиката, которое описано в предыдущей главе как позиция I. Иначе говоря, это понимание отличается от традиционного взгляда на предикат и примыкает как раз к современному истолкованию данной категории. С подтверждением этой точки зрения нам еще придется неоднократно встречаться.

Что касается высказываний, то Аристотель различает среди них простые и составные. «К речам же относится, во-первых, простое высказывание, например, когда что-то чему-то [приписывается] или что-то от чего-то [отнимается], а во-вторых, составленное из простых, например сложная речь» [3, 17а 19—23]. Среди простых атрибутивных высказываний им выделяются единичные, неопределенные, общие и частные. Именно такого сорта высказывания рассматриваются Аристотелем в трактате «Об истолковании». Однако в «Первой Аналитике» единичные высказывания выпадают из его общей классификации. Он пишет: «Посылка есть речь, утверждающая или отрицающая что-то относительно чего-то. Она бывает или общей, или частной, или неопределенной. Общей я называю [посылку] о присущем всем или не присущем ни одному, частной — о присущем или не присущем некоторым или присущем не всем, неопределенной — о присущем или не присущем без указания того, общая ли она или частная» [3, 24а 16—21].

Но и этот последний класс категорических высказываний при анализе силлогизмов сужается им, по мнению всех исследователей, лишь до общих и частных высказываний. Основание этому видят в том, что Аристотель, просмотрев ряд примеров силлогизмов с неопределенными высказываниями (см. [3, 26а 28—30, 26b 21—25, 27b 36—39, 29а 6—10]), делает общий вывод: «Ясно также, что во всех фигурах получится один и тот же силлогизм, если вместо частноутвердительной посылки взять

[1] Уже отсюда можно сделать далеко идущие выводы об универсуме рассуждения, который предполагается в силлогистике. Здесь содержится явный намек, что универсум шире, чем область сущего. Что дело обстоит именно так, будет показано ниже при обсуждении вопроса об интерпретации силлогистики.

[2] А. С. Ахманов высказывает гипотезу, что впервые выделение связки в самостоятельный элемент было осуществлено Александром Афродизийским (см. [6, с. 134]).

неопределенную» [3, 29a 27—29]. Это замечание говорит о том, что, согласно Стагириту, по крайней мере в рамках силлогистики при решении вопроса, является ли правильным определенный силлогистический модус, нет необходимости во введении неопределенных высказываний, так как последние ведут себя аналогично частным.

Интересен также вопрос о способах представления основных типов силлогистических высказываний в языке. Наиболее стандартизированными видами таких представлений у Аристотеля следует, видимо, признать записи:

P присуще всем S,
P не присуще ни одному S,
P присуще некоторым S,
P не присуще некоторым S,

т. е. записи с постановкой в предложениях на первое место предиката, а на второе — субъекта (см. [3, 24a 17—19]) [3]. В то же время он достаточно свободно варьирует эти формы, употребляя часто и иные способы выражения высказываний в языке. Например, общеутвердительные высказывания записываются иногда так: «— целиком содержится в —», «— сказывается обо всем —», «— сопутствует всему —», «Всем — присуще —», «Всякий — есть —», а общеотрицательные так: «— не сказывается ни об одном —», «— не сопутствует —», «Ни одно — не есть —», «— не следует ни из одного —» (см. [3, 24b 26—28, 26a 2, 26b 6, 44a 14, 49b 22—25, 56a 20] и в других местах).

В трактате «Об истолковании» (см. [3, 17b 18—20]) всем этим формам предпочитаются следующие:

Каждый человек бледен,	Ни один человек не бледен,
Есть некий бледный человек,	Не каждый человек бледен.

Здесь стоит обратить внимание на различие в способах выражения частноутвердительного и частноотрицательного высказываний. Аристотель, несомненно, употребляет формы «P присуще некоторому S» и «P не присуще некоторому S». Однако он постоянно подчеркивает, что форма «P не присуще некоторому S» означает то же самое, что и «P присуще не всякому S», а порой просто предпочитает вторую форму выражения (см. [3, 24a 18—19, 26a 38, 26b 15—16]). Более того, в трактате «Об истолковании» Аристотель записывает частноутвердительное высказывание «Некоторый человек бледен» в форме «Есть некий бледный человек», т. е. в такой форме, аналог которой никогда не применяется для записи частноотрицательных предложений. Все это говорит об имеющемся здесь семантическом различии между указанными типами выражений [4].

Обратимся теперь к трактовке Аристотелем термина «силлогизм». К сожалению, соответствующие места из работ Стагирита, в которых содержатся дефиниции этого понятия (см. [3, 24b 17—26, 100a 25—27, 164b 27—a2]), допускают различную интерпретацию, что и порождает у исследователей его логики разные мнения по этому поводу. Наиболее широко в настоящее время распространена точка зрения Лукасевича, который, основываясь лишь на том, что Аристотель формулирует силлогизмы как условные высказывания, предлагает понимать их как импликативные выражения вида

$$(p\&q)\supset r,$$

где p, q, r — силлогистические предложения. Примерами могут служить такие тексты: «Если А присуще некоторым Б, то и Б необходимо присуще некоторым А» или «Если А сказывается обо всех Б, а Б — обо всех В, то А необходимо сказывается обо всех В» [3, 25a 20—21, 25b 37—39]. При этом термин «необходимо» зачастую Аристотелем опускается (см. [3, 25b 40—2a]).

Лукасевич правильно полагает, что та силлогистическая необходимость, которая появляется у Аристотеля в формулировке ассерторического силлогизма, должна означать, что указанная в силлогизме связь имеет место для любых термов, т. е. правомерность силлогизма зависит от его формы, но не от материи (содержания). Поэтому, скажем, модус *Barbara* должен пониматься в смысле: «Для всякого А, В, Г справедливо: если А принадлежит всем В, а В — всем Г, то А принадлежит всем Г». Но в таком случае силлогизм, будучи импликативным выражением, может оцениваться с семантической точки зрения как истинное или ложное утверждение.

Однако развиваемая Лукасевичем концепция не является единственно возможной. Иную точку зрения на силлогизм можно обнаружить в учебниках по традиционной логике, где всегда было принято строго различать две характеристики, приписываемые языковым конструкциям — истинность и правильность. При этом силлогизмы понимались как правильные или неправильные, а не как истинные или ложные. Иначе говоря, традиционная логика трактует силлогизмы как некоторые элементарные умозаключения, или более конкретно — как правила вывода вида

$$p,\ q,\ \text{следовательно},\ r.$$

Близкая к традиционной, но в то же время и отличающаяся по ряду моментов точка зрения была высказана Дж. Коркораном [71] и Т. Смайли [99], согласно которым силлогизм представляет собой не правило вывода или импликацию, а сам вывод. В пользу этой позиции говорит следующее место из «Аналитик»: «О силлогизме следует говорить раньше, чем о доказательстве, потому что силлогизм есть нечто более общее: ведь доказательство есть некоторого рода силлогизм, но

[3] Как уже говорилось, А. С. Ахманов предпочитает переводы «P присуще всякому S» и «P присуще некоторому S».
[4] Вопрос о характере этих различий будет рассмотрен ниже.

не всякий силлогизм — доказательство» [3, 25b 28—31] (см. также [3, 71b 23—24]). Если теперь принять во внимание общее традиционное учение о доказательстве, идущее от самого Аристотеля, то мы будем вынуждены отождествить силлогизм с выводом. Действительно, под выводом заключения B из гипотез $A_1, A_2, ..., A_n$ понимается конечная последовательность выражений $C_1, C_2, ..., C_k$, такая, что каждое C_i этой последовательности есть либо одна из гипотез, либо получается из предыдущих по некоторому правилу вывода и последнее выражение C_k графически совпадает с B ($C_k \boxed{=} B$). Доказательство же является частным случаем вывода, когда заключение B выводится из пустого множества гипотез. Так заданному понятию вывода в традиционной логике соответствует понятие аргументации: B в этом случае трактуется как обосновываемый тезис, $A_1, A_2, ..., A_n$ — как аргументы, а последовательность $C_1, C_2, ..., C_k$ рассматривается как демонстрация. Но тогда, согласно общепринятому требованию, аргументация превратится в доказательство, только если аргументы будут не просто истинными, но и доказанными утверждениями. Это требование к аргументам — быть доказанными истинами — как раз и говорит о том, что они уже более не являются гипотезами. Тем самым обосновываемый тезис становится выводимым в доказательстве из пустого множества гипотез. Таким образом, всякое доказательство, как и утверждает Аристотель, является силлогизмом (аргументацией, выводом), но не каждый силлогизм (аргументация, вывод) представляет собой доказательство.

Наконец, Ю. Пацций [90] высказал мнение, что термином «силлогизм» Аристотель обозначал либо пару посылок, либо заключение, но никак не нечто такое, в чем заключение является лишь частью.

Реальной сложностью в обсуждаемой проблеме является то, что в текстах Стагирита можно найти подтверждение любой из этих точек зрения. Так, когда Аристотель разделяет все силлогизмы на совершенные и несовершенные (к первым относятся модусы *Barbara, Celarent, Ferio* и *Darii* I фигуры, а ко вторым — все остальные модусы), он, видимо, понимает под силлогизмом некоторый вывод, а не правило вывода или тем более импликацию. Это особенно становится ясным из его объяснения, почему силлогизмы II и III фигур являются несовершенными. Ведь к ним надо что-то прибавить помимо того, что содержится в посылках и терминах, а именно: их посылки надо либо обратить, либо переставить местами, либо применить сведение к невозможному (см. [3, 28a 3—8, 29a 14—16, 30—32]). С другой стороны, когда он пишет, что один и тот же силлогизм допускает разные заключения (см. [3, 53a 3—14]), то это можно истолковать только одним способом — под силлогизмом здесь понимается пара посылок. Когда же он утверждает наличие для крайних терминов совершенного силлогизма, то это

можно истолковать в том смысле, что силлогизм есть заключение, или точнее, то отношение между крайними терминами, которое фиксируется в заключении (см. [3, 25b 34—35]).

Наиболее обоснованная и учитывающая современное понимание этой проблемы точка зрения была высказана П. Томом в работе [103], где он отмечает, что трактовка силлогизма либо как заключения, либо как пары посылок должна обязательно опираться на истолкование силлогизма в смысле вывода (импликации); пара посылок составляет силлогизм тогда и только тогда, когда они нечто силлогистически дедуцируют (силлогистически имплицируют); и точно так же заключение только тогда составляет силлогизм, когда оно силлогистично дедуцируется или имплицируется посылочной парой. С другой стороны, позиции Я. Лукасевича, Т. Смайли, Дж. Коркорана и традиционной логики тоже являются взаимосвязанными. Например, посылки имплицируют заключение тогда и только тогда, когда заключение выводимо из них (см. [103, с. 23]).

Все это позволяет П. Тому поставить вопрос о несущественности тех различий в трактовке силлогизма, которые были выявлены выше, и о возможности свободного перехода от одного истолкования к другому. Соглашаясь в принципе с этой позицией и признавая важность такой широкой вариабельности для реконструкции современными логическими средствами силлогистики Аристотеля, в то же время нельзя не видеть, что здесь нет ответа на вопрос, какова же была позиция самого Аристотеля. Кроме того, та острота, которая была придана данной проблеме Лукасевичем, заставляет высказаться более определенно на этот счет.

Рассмотрение силлогистики как дедуктивной системы, думается, однозначно свидетельствует, что для самого Аристотеля силлогизм является прежде всего метаязыковым утверждением о выводимости. В самом деле, если бы силлогизм представлял собой импликативное высказывание языка-объекта, то это должно было бы существенным образом повлиять на применяемые им процедуры сведения модусов II и III фигур к модусам I фигуры. Каковы в таком случае были бы процедуры доказательств несовершенных силлогизмов, хорошо видно из позиции Я. Лукасевича, которому приходится в качестве фундамента силлогистики брать исчисление высказываний, оперировать логическими связками конъюнкции и импликации (&, $\supset$), использовать *modus ponens*, т. е. употреблять такие средства вывода, которых нет у Аристотеля. Более того, можно привести достаточно убедительную аргументацию в пользу того, что силлогистика строилась Аристотелем не как аксиоматическая теория, а как теория натурального вывода.

Выдвигаемая концепция позволяет примирить отмеченные выше различия в употреблении обсуждаемого термина в «Аналитиках». Теперь, например, становится понятным, почему Аристотель формулирует силлогизмы в виде условных выражений.

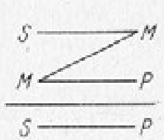
Становится оправданной и возможность их семантической проверки на истинность или ложность — ведь они представляют собой именно утверждения, хотя и выраженные в метаязыке. С другой стороны, некоторые из этих метаутверждений рассматриваются им как исходные, самоочевидные, принимаемые без доказательства и далее не анализируемые. Таковыми являются совершенные силлогизмы, которые в теории дедукции выполняют роль элементарных выводимостей, или, говоря иначе, используются в качестве правил вывода. Все остальные метаутверждения о выводимостях требуют своего обоснования теоретико-дедуктивными средствами, что и достигается построением соответствующих выводов. Для целей дальнейшего анализа мы будем использовать запись силлогизмов как выводимостей.

§ 2. ФИГУРЫ И МОДУСЫ

Ответ на вопрос о том, что такое силлогизм, в известной степени зависит от той или иной трактовки модусов и фигур силлогизмов[5]. Как уже отмечалось, Аристотель выделяет три фигуры: I фигуру, в которой средний термин в одной из посылок является предикатом, а в другой — субъектом; II фигуру, в которой средний термин в обеих посылках является предикатом; III фигуру, в которой средний термин в обеих посылках является субъектом.

Такая позиция, занятая Аристотелем, породила обширную литературу, в которой обсуждаются две основные проблемы: 1) почему Стагирит разбивает множество всех двухпосылочных тезисов на три, а не на четыре подкласса, и 2) подпадает ли каждый из правильных двухпосылочных модусов под одну из таких аристотелевских фигур, или же Аристотель ошибался, и имеются такие силлогистические модусы, которые не попадают ни в один из выделенных им классов разбиения.

Чтобы ответить на эти вопросы, необходимо ближе познакомиться с традиционным учением о четырех фигурах. Если взять в качестве примера модус *Barbara* I фигуры и переставить местами посылки, то получим силлогизм:



$$\frac{\begin{array}{l} A \text{ Всякий } S \text{ есть } M \\ A \text{ Всякий } M \text{ есть } P \end{array}}{A \text{ Всякий } S \text{ есть } P}$$

[5] Каждый n-посылочный тезис ($n \geqslant 2$) является силлогизмом — некоторым метаутверждением о выводимости. Если при этом силлогизм рассматривается конкретно, т. е. с учетом качественных и количественных характеристик высказываний, входящих в тезис, то мы говорим не просто о силлогизме, но и о модусе силлогизма.

Это будет правильный силлогизм, так как он получен из модуса *Barbara* простой перестановкой посылок, что, следует думать, не должно влиять на истинность заключения, если посылки истинны. Но к модусам какой из традиционных фигур мы должны его отнести? Согласно обычным определениям, которые даются в учебниках логики, фигуры различаются положением среднего термина. Тогда данный силлогизм должен быть отнесен к IV фигуре, но среди модусов этой фигуры нет правильного модуса *AAA*. С другой стороны, нельзя его отнести и к I фигуре, поскольку средний термин расположен в ней иначе. Таким образом, мы обнаружили некоторый конкретный силлогизм, который, согласно общепринятому пониманию фигур, не подпадает ни под одну из них и оказывается тем самым неучтенным.

Это затруднение разрешается достаточно просто, так как в традиционной силлогистике фигура определяется фактически не только положением среднего термина, но и неявно принимаемым условием о положении крайних терминов (бóльшая посылка всегда ставится на первое место, а меньшая — на второе, при этом в заключении больший термин стоит на месте предиката). Отсюда следует, что рассматриваемый модус оказывается излишним, ибо, определив, чтó является субъектом и предикатом заключения, мы должны переставить в требуемой последовательности посылки и получить модус *Barbara* I фигуры. Однако такое решение неудовлетворительно. Действительно, согласно этой позиции, понятие модуса теряет свою конкретность, так как теперь мы вынуждены рассматривать их с точностью до перестановки посылок. Поэтому модусы с различным порядком посылок «слипаются» в один и становятся как бы неотличимыми друг от друга. Но тем самым некоторые правильные двухпосылочные тезисы, будучи скрытыми за другими, оказываются по-прежнему неучтенными. Так, рассматриваемый модус *AAA* и модус *Barbara*, конечно же, отличаются друг от друга, хотя и могут оказаться дедуктивно эквивалентными, если в дедуктивной теории допускается правило, позволяющее переставлять посылки. Итак, традиционное учение о фигурах и модусах сомнительно в том смысле, что имеются правильные модусы простого категорического силлогизма, которые не являются модусами ни одной из четырех фигур. Чтобы устранить этот недостаток, можно поступить двояким образом.

Если считать, что понятие фигуры определяется положением всех трех терминов, как это имеет место в традиционной логике, то всего должно быть не четыре фигуры, а восемь, т. е. к уже рассмотренным фигурам (см. рис. 3) следует присоединить следующие:

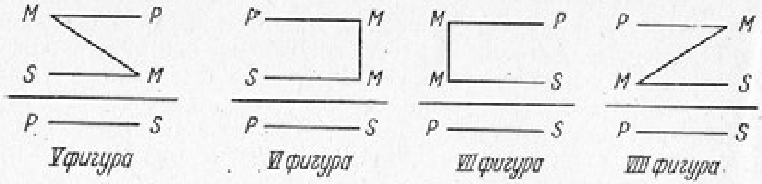


Рис. 5

Если же мы будем определять фигуру по положению только лишь среднего термина, то можно сохранить число фигур без изменения, но принять позицию, которую вслед за Аристотелем принимали и схоласты, и считать, что в каждой фигуре имеются прямые и непрямые заключения. К числу силлогизмов с прямым заключением будут относиться все правильные модусы традиционной логики, силлогизмы же, в которых тер-

Таблица 1

I фигура		II фигура		III фигура		IV фигура
Barbara	1	Baroko	2	Bokardo	3	Bramantip (Baralipton)
Celarent	1	Cesare	2	Darapti	3	Camenes (Celantes)
Darii	1	Camestres	2	Disamis	3	Dimaris (Dabitis)
Ferio	1	Festino	2	Felapton	3	Fesapo (Fapesmo)
Barbari	5	Cesaro	5	Datisi	3	Fresison (Frisesomorum)
Celaront	5	Camestrop	5	Ferison	3	Camenos (Celantos)
Baralipton	5	Camestre (Cesare)	4	Daraptis (Darapti)	5	Barmada (Barbara)
Celantes	5	Cesares (Camestres)	4	Fapemo (Felapton)		Camerent (Celarent)
Dabitis	5	Firesmo (Festino)	4	Datisis (Disamis)	5	(Darii)
Fapesmo	4	Bormako (Baroko)		Disami (Datisi)	5	(Ferio)
Frisesomorum	4	Faresmo (Cesaro)	4	Bamorko (Bokardo)		Barmadi (Barbari)
Celantos	5	Cesaros (Camestrop)	4	Frisemo (Ferison)		Cameront (Celaront)

мины в заключении переставлены местами, будут относиться к непрямым модусам. В этом случае общее число правильных двухпосылочных тезисов позитивной силлогистики будет равно 48: 24 прямых и 24 непрямых модусов[6].

Возвращаясь вновь к рассмотрению аристотелевских трех фигур, мы могли бы теперь и для них определить, что значит быть прямым и непрямым заключением. Заключение в аристотелевских фигурах является прямым, когда субъект этого заключения является субъектом в одной из посылок или когда его предикат является предикатом в некоторой посылке (см. [60, VII, 184: 7—10]), и является непрямым, если данные условия не выполняются. Это определение не зависит от порядка посылок, а учитывает только роли, которые играют крайние термины в посылках. Согласно этому определению, в аристотелевской I фигуре содержатся как прямые, так и непрямые силлогизмы, а во II и III фигурах — только прямые модусы.

Из этого можно сделать вывод: в рамках трех аристотелевских фигур могут быть размещены все известные из традиционной логики 24 правильных модуса, если в фигурах не учитывать порядка взятых посылок. Для II и III фигур это будут обычные традиционные модусы, что же касается аристотелевской I фигуры, то здесь будут находиться как традиционные 6 модусов (при прямом заключении), так и 6 модусов с непрямыми заключениями. Правда, если порядок посылок фиксируется, то это будут не буквально модусы IV традиционной фигуры, а модусы *Baralipton, Celantes, Dabitis, Fapesmo, Frisesomorum, Celantos*. Поэтому вопрос о традиционных модусах IV фигуры, могут ли они войти в состав модусов аристотелевской I фигуры, зависит от того, фиксировал Аристотель в своих определениях фигур порядок посылок или не фиксировал.

Ответ на этот вопрос, видимо, должен состоять в том, что в своих стандартных определениях трех фигур он учитывает порядок посылок, хотя и разрешает осуществлять как прямые, так и непрямые заключения. Правда, сами модусы иногда формулируются с измененным порядком посылок[7].

Существенное отличие аристотелевских фигур от традиционных состоит в том, что он всегда располагал высказывания,

[6] В приводимой здесь таблице цифрами обозначены модусы, которые обосновываются Аристотелем. Цифрой 1 помечены силлогизмы, содержащиеся в главе 4, цифрой 2 — в главе 5, цифрой 3 — в главе 6. Модусы, помеченные цифрой 4, могут быть получены исходя из разъяснений, которые приводятся в [3, 29a 21—28]. Цифрой 5 отмечены модусы, которые обосновываются на основе разъяснений, приводимых в [3, 53a 3—9, 53a 22—23]. Отметим также, что указанные здесь 48 модусов не исчерпывают всех правильных силлогизмов, так как оказываются неучтенными модусы с неопределенными высказываниями.

[7] Понимание аристотелевских фигур как предполагающих фиксацию порядка посылок было обосновано и развито в средние века. См., например, работы Боэция [66, 811b—812c] и Петра Испанского [92, p. 43: 23—27, p. 44: 7—8].

участвующие в силлогизме, линейно, а не столбиком, как это делается в традиционной логике. Так, модус *Barbara* в линейной записи выглядит следующим образом: «Если А присуще всякому Б, а Б присуще всякому В, то А присуще всякому В». Рассматривая расположение терминов в этом модусе, нельзя не видеть, что средний термин действительно, как об этом и говорит Аристотель, «по положению оказывается средним» (см. [3, 25b 36]), а крайние являются крайними по положению. Иначе говоря, Аристотель имеет в виду просто упорядоченную тройку терминов <А, Б, В>.

Переходя к анализу модусов II фигуры, он пишет: «Средним термином в этой фигуре я называю тот, который сказывается об обоих крайних, крайними же терминами — те, о которых высказывается средний: большим крайним — тот, который находится ближе к среднему, меньшим крайним — тот, который находится дальше от среднего. Средний же термин стоит вне крайних и по положению — первый» [3, 26b 34—27a]. Если теперь обратиться к записи силлогизмов по этой фигуре, например, «Если М не присуще ни одному Н, но присуще некоторым О, то Н необходимо не присуще некоторым О» [3, 27a 32—33], то и здесь термины в посылках представляют собой упорядоченную тройку <М, Н, О>, где М — средний термин, стоящий вне крайних и по положению первый, а Н — больший термин, который стоит ближе к среднему.

С аналогичным явлением мы встречаемся и при описании III фигуры, которая задается упорядоченной тройкой <П, Р, С>, где П — больший термин, Р — меньший, а С — средний (см. [3, 28a 12—16]). Для того чтобы структурные различия между всеми тремя фигурами стали более наглядны, запишем их в форме:

I фигура — $\langle б \;\; с \;\; м \rangle$,

II фигура — $\langle с \;\; б \;\; м \rangle$,

III фигура — $\langle б \;\; м \;\; с \rangle$,

где *б* — больший, *с* — средний, а *м* — меньший термины[8]. Предполагается, что в посылках никогда больший и меньший термины не сказываются друг о друге и что сказывание всегда осуществляется слева направо, как это показано стрелками, т. е. то, что сказывается, предшествует тому, о чем сказывается при этом предполагается, что предикат предшествует субъекту).

С чисто комбинаторной позиции возможны еще три комбинации, удовлетворяющие указанным условиям:

[8] Такого рода диаграммы встречаются у античных и средневековых комментаторов Аристотеля.

(1) $\langle м \;\; с \;\; б \rangle$,

(2) $\langle с \;\; м \;\; б \rangle$,

(3) $\langle м \;\; б \;\; с \rangle$.

Однако что касается II и III фигур (случаи (2) и (3)), то для них Аристотель четко указывает: во II фигуре больший термин тот, который ближе стоит к среднему, а в III фигуре — тот, который дальше отстоит от среднего. Исходя из этого определения, Аристотель в (2) и (3) термин «*м*» должен был бы рассматривать как больший, а термин «*б*» как меньший, т. е., меняя местами посылки, мы вынуждены, действуя в согласии с дефинициями Аристотеля, переименовать и термины. Но тогда больший — это термин, который входит в первую посылку, а меньший — во вторую.

Несколько сложнее обстоит дело с комбинацией (1). Для I фигуры в главе 4 у Аристотеля отсутствуют четкие синтаксические определения, какой термин больший, а какой меньший. Здесь содержатся только довольно неудовлетворительные семантические определения этих понятий (см. [3, 25b 34—37, 26a 22—23]). Но несколько дальше Аристотель приводит более четкую дефиницию, а именно, согласно его точке зрения, больший термин тот, который сказывается о среднем, а меньший тот, о котором сказывается средний (см. [3, 41a 13—18]). Если теперь обратиться к конструкции (1), то легко заметить, что так как «*м*» сказывается о среднем термине, то он и должен трактоваться как больший, и мы вновь возвращаемся к упорядоченной тройке, задающей фигуру I.

Отсюда необходимо сделать тот вывод, что при указанном представлении фигур силлогизмов никакой другой фигуры быть не может, а определения фигур, большего и меньшего терминов, имеющиеся у Аристотеля, вовсе не являются ошибочными. По крайней мере, точка зрения Аристотеля не менее последовательна и правомерна, чем традиционная позиция, когда выделяются четыре фигуры. И даже если по поводу концепции Аристотеля и можно сделать критические замечания, так как при строгой фиксации порядка посылок традиционные модусы IV фигуры все же не находят места среди аристотелевских фигур, то аналогичная ситуация сохраняется и в традиционной логике, где ряд модусов тоже оказывается вне четырех фигур.

§ 3. ДЕДУКТИВНЫЕ ПРИНЦИПЫ АРИСТОТЕЛЕВСКОЙ ПОЗИТИВНОЙ СИЛЛОГИСТИКИ

Поскольку силлогистика является кванторной теорией, т. е. относится к тому типу логических систем, современные варианты которых строятся на базе более фундаментальной теории — логики высказываний, в ее основе, казалось бы, тоже должна лежать логика высказываний. Именно так и понимает суть дела Я. Лукасевич, последовательно развивая принятую им трактовку силлогизма. Однако в текстах Аристотеля ничего подобного обнаружить не удается. Поэтому встает вопрос, что же лежит в основе аристотелевской силлогистики.

Ответ на него состоит в следующем. Если допустить, что Аристотель трактовал силлогизм как метаутверждение о выводимости вида $p, q \vdash r$, где p, q, r — категорические высказывания, то он действительно мог обойтись без специального аппарата оперирования логическими связками (конъюнкцией, дизъюнкцией и т. д.), чем как раз и является логика высказываний. Для построения выводов в силлогистике ему достаточно было бы иметь некоторые специальные правила перехода от одного метаутверждения о выводимости к другому метаутверждению такого рода, т. е. такие правила, в которых фиксируются свойства самой выводимости.

В современной логике исследуются и рассматриваются различные концепции выводимости. Наиболее разработанной является концепция классической выводимости. Она удовлетворяет следующим пяти свойствам:

1. $p \vdash p$ — рефлексивность (R)

2. $\dfrac{\Gamma, p, q, \Delta \vdash r}{\Gamma, q, p, \Delta \vdash r}$ — перестановка (M)

3. $\dfrac{\Gamma, p, p, \Delta \vdash r}{\Gamma, p \vdash r}$ — сокращение (C)

4. $\dfrac{\Gamma \vdash r}{p, \Gamma \vdash r}$ — утончение (Y)

5. $\dfrac{\Gamma \vdash p \quad p, \Delta \vdash r}{\Gamma, \Delta \vdash r}$ — транзитивность (сечение) (T)

В этих правилах Γ и Δ — множества высказываний (возможно пустые), p, q, r — какие-то высказывания, а черта означает метаметаязыковое «Если.., то...»; правила 2—5 имеют следующий смысл: «Если имеет (имеют) место выводимость (выводимости), указанная (указанные) над чертой, то должна быть и выводимость, указанная под чертой».

Использует ли эти свойства Аристотель в своей дедуктивной системе и если использует, то в каком виде, — вот вопросы, на которые необходимо теперь ответить. Здесь нам существенно могут помочь результаты исследования П. Тома[9].

[9] Конструкция $p, q \vdash r$, именуемая нами метаутверждением о выводимости и которую мы далее будем обозначать просто термином «выводимость», называется П. Томом правильно построенной формулой (ппф). Такая терминология обосновывается им двумя аргументами: а) поскольку у Аристотеля отсутствуют нольпосылочные тезисы вида $\vdash r$, где r — категорическое высказывание, то нет необходимости термином ппф называть именно формулы, а не нечто иное, например, выводимость; б) поскольку силлогизм можно трактовать и как импликацию, а П. Том именно так его и трактует, то выводимость становится просто специальной формой записи ппф.

Прежде всего П. Том обращает внимание на релевантный характер позитивной силлогистики Аристотеля. Как известно, с синтаксической точки зрения под релевантностью в логике понимается особое распределение пропозициональных переменных в антецеденте и консеквенте импликации. По аналогии применительно к силлогистике это, видимо, должно означать особое распределение терминов в посылках и заключении тезисов. Учитывая данное обстоятельство, можно ввести несколько видов релевантности.

П. Том называет некоторую выводимость сильно релевантной, если каждая именная переменная из любого члена выводимости встречается также хотя бы в одном другом члене. Примером могут быть выводимости вида[10]:

$$\frac{Osp}{Esp}, \quad \frac{Asp, Asm}{Ipm}, \quad \frac{Ems, Ism}{Oss}.$$

Выводимость называется слабо релевантной, если каждый член выводимости разделяет некоторую именную переменную по крайней мере с одним другим членом. Например:

$$\frac{Osp}{Emp}, \quad \frac{Ams, Amp}{Ams}, \quad \frac{Ems, Apm}{Ass}.$$

Ссылаясь на одну из работ иезуитов из Коимбры [70], П. Том приводит еще одно понятие релевантности, которая называлась иезуитами аргументацией. Это такая релевантность, когда каждая именная переменная заключения имеется в посылках. Таковыми будут выводимости:

$$\frac{Ams, Amp}{Isp}, \quad \frac{Ams, Amp}{Ams}.$$

Наконец, он вводит еще одно понятие релевантности — понятие связности. Выводимость является связной, если и только если ее члены могут быть так упорядочены, что для каждого члена оказывается верным, что ровно одна из переменных входит в предыдущий член, а другая — в последующий. Таковой является выводимость

$$\frac{Ams, Apm, Arp, Akr}{Aks}.$$

Все эти понятия выводимости можно расположить в следующую последовательность: связность, сильная релевантность, слабая релевантность, аргументация, классическая выводимость. В этой последовательности релевантные ограничения, накладываемые на тезисы силлогистики, постепенно ослабевают от

[10] Мы используем здесь новую форму записи выводимости (столбиком), где черта играет ту же роль, что и знак «$\vdash$» при линейной форме записи.

первого члена к последнему, а следовательно, класс выводимостей расширяется в этом же порядке.

Утончение (Y). Развиваемый П. Томом взгляд на силлогистику Аристотеля как дедуктивную теорию исходит из тезиса, что логика Аристотеля является релевантной в самом сильном из указанных смыслов. Для того чтобы это было так, необходимо чтобы Стагирит не принимал правило утончения. Автор полагает также, что и правило сокращения не является аристотелевским принципом. Каковы же основания у П. Тома для подобных утверждений?

Самое главное основание усматривается им в том, что у самого Аристотеля не удается обнаружить ни одного случая использования этих свойств выводимостей для построения силлогизмов. Этот момент является веским аргументом в пользу правомерности и допустимости вычленения и самостоятельного исследования релевантного фрагмента аристотелевской силлогистики. Однако П. Том пытается сделать нечто большее — он стремится обосновать положение, согласно которому подобные правила вывода вообще отрицались Аристотелем.

Мнение об отрицательном отношении Аристотеля к этим правилам аргументируется П. Томом на основе анализа 25-й главы «Первой Аналитики», в которой рассматривается вопрос о сложных силлогизмах. «Ясно также, — пишет Стагирит, — что всякое доказательство дается посредством трех и не более терминов, если <только> одно и то же заключение не получается посредством разных посылок, как, например, <заключение> Е посредством АБ и ВД или посредством АБ и АВ и БВ, ведь ничто не мешает, чтобы было больше средних <терминов для одних и тех же заключений>. Однако <если их много>, то будет не один, а много силлогизмов» [3, 41b 36—41][11]. По поводу этого рассуждения П. Том на с. 135 своей работы замечает: «Когда Аристотель перечисляет различные способы, какими заключение t может быть выведено из двух пар посылок, он перечисляет:

$$(\mathrm{i})\ \frac{pq}{t}\ \text{и}\ \frac{rs}{t}\quad (\mathrm{ii})\ \frac{pq}{t}\ \text{и}\ \frac{pr}{t}\ \text{или}\ \left(\frac{qr}{t}\right),$$

исключая возможности, подобные

$$\frac{pq}{t}\ \text{и}\ \frac{tr}{t}».$$

Удивление П. Тома по поводу отсутствия выводимости $t, r \vdash t$ является результатом невнимательного отношения к содержанию всего контекста, общий смысл которого достаточно ясен. Речь собственно идет о связи понятия силлогизма и по-

[11] В данном случае мы цитируем этот текст по переводу Б. Фохта. Такой выбор определяется тем, что П. Том опирается на аналогичное истолкование данного места у Аристотеля.

нятия доказательства. Начинается это исследование в главе 23, где Аристотель обосновывает положение, что минимальное число посылок, которые требуются для построения доказательства, должно быть не менее двух: «Итак, если нужно вывести заключение о том, что А присуще или не присуще Б, то для этого необходимо принять что-то относительно чего-то. Если же относительно Б принять А, то будет принято то, что с самого начала [требовалось доказать]. Если же принять А относительно В, а В не принято относительно чего-либо и ничто другое не принято ни относительно В, ни относительно А, то силлогизма не получится... Следовательно, нужно присовокупить еще одну посылку» [3, 40b 30—36]. Теперь становится понятным, почему Аристотель не рассматривает выводимость $t, r \vdash t$: ведь в таком случае «будет принято то, что с самого начала требовалось доказать», т. е. такую выводимость нельзя считать доказательством t[12].

Итак, по Аристотелю, чтобы получить доказательство, требуется по меньшей мере две посылки. Но остается открытым вопрос, а что получится, если число посылок будет больше двух? Не окажется ли так, что некоторое доказательство, содержащее, скажем, три посылки, будет вестись с использованием трехпосылочного логического принципа, не сводимого к двухпосылочным тезисам? Ответ на этот вопрос отрицателен и дается как раз в главе 25, которая так и начинается: «Ясно также, что всякое доказательство ведется через три и не более терминов» [3, 41b 36]. Иначе говоря, Аристотель утверждает, что любой n-посылочный тезис ($n>2$) можно трактовать как последовательное применение некоторой совокупности двухпосылочных тезисов.

Рассмотрим более внимательно текст 25-й главы (особенно 42a 8—40), где Стагирит разбирает случай выведения Е из четырех посылок — АБВД и на который ссылается П. Том. При этом надо иметь в виду: 1) выводимость АБВД $\vdash$ Е рассматривается им как один многопосылочный силлогизм (см. [3, 42a 5—7]), 2) он не рассматривает способ получения Е посредством просиллогизмов вида

$$\left.\begin{matrix}\text{АБ} \vdash \text{П}\\ \text{ВД} \vdash \text{Р}\end{matrix}\right\} \vdash \text{Е},$$

так как такой вывод совершенно очевидно удовлетворяет утверждению Аристотеля о сводимости n-посылочных тезисов к двухпосылочным. Он интересуется лишь последним шагом вывода, который непосредственно ведет к Е, т. е. речь здесь идет о так называемых эписиллогизмах, а следовательно, среди АБВД должны присутствовать посылки, которые Аристотель называет главными (см. [3, 42b 2]).

[12] Обратим внимание на содержащееся здесь мнение Аристотеля о правомерности выводимости $p \vdash p$, хотя такой вывод не есть доказательство p.

Итак, Аристотель рассматривает различные случаи, которые возникают из комбинации следующих условий. Из АБ выводится либо Е, либо одно из В или Д, либо что-то помимо этого, скажем, П. С другой стороны, из ВД может тоже выводиться либо Е, либо одно из А или Б, либо нечто помимо этого, скажем, Р (см. [3, 42a 12—17]). Далее рассматриваются различные возможности, которые имеются относительно АБВД $\vdash$ Е, например, когда АБ $\vdash$ Е:

(1) АБ $\vdash$ Е и ВД $\vdash$ Е,
(2) АБ $\vdash$ Е и ВД $\vdash$ А,
(3) АБ $\vdash$ Е и ВД $\vdash$ Б,
(4) АБ $\vdash$ Е и ВД $\vdash$ Р,
(5) АБ $\vdash$ Е и ВД — нет вывода.

Аристотель начинает свой анализ, имея в виду наличие выводимости **АБ $\vdash$ Е**, с общего замечания: «Если же выводится Е, то силлогизм может получиться только из посылок А и Б» [3, 42a 14—15]. Очевидно, что данный текст совершенно индифферентен к принципу утончения, так как, независимо от признания или непризнания этого принципа, положение Аристотеля о выводимости Е из одних только А и Б совершенно верно. Продолжая анализ, он констатирует фактическое распадение выводимости АБВД $\vdash$ Е на несколько самостоятельных силлогизмов: два для случая (1), что достаточно очевидно, три для случаев (2) и (3), а именно: АБ $\vdash$ Е, АВ $\vdash$ Е, БД $\vdash$ Е[13], и двух для случая (4), так как здесь «получится больше силлогизмов, но не связанных между собой» [3, 42a 20—22]. Что касается случая (5), то Аристотель пишет: «Если же В не находится к Д в таком отношении, чтобы получился силлогизм, то эти посылки взяты напрасно, разве только они взяты ради наведения, или для того, чтобы скрыть [заключение], или ради чего-то другого в этом роде» [3, 42a 22—24].

Это наиболее сильное место, которое можно было бы выставить в пользу мнения П. Тома, ведь Аристотель прямо говорит, что в этом случае В и Д взяты напрасно. Но такой интерпретации мешает идущий вслед за этим текст, начинающийся со слов «разве только». Видимо, это «разве» надо понимать в том смысле, что даже вхождение бесполезных (напрасных) посылок не разрушает исходной выводимости.

[13] Переводчик Аристотеля Б. Росс полагает, что здесь [41 b 36—41] текст испорчен, так как совершенно непонятно, почему должны быть взяты эти три выводимости, когда выполняются условия (2) и (3). Последний русский перевод «Аналитик» тоже дает неясную трактовку этого места у Аристотеля. Может быть, наиболее рациональное объяснение должно состоять в том, что здесь Аристотель рассматривает силлогизм АБВД $\vdash$ Е как распадающийся на два силлогизма по одной из следующих схем:

$$(2)\ \frac{\text{ВД} \vdash \text{А},\ \text{АБ} \vdash \text{Е}}{\text{ВДБ} \vdash \text{Е}}\ (\text{T}) \qquad (3)\ \frac{\text{ВД} \vdash \text{Б},\ \text{АБ} \vdash \text{Е}}{\text{ВДА} \vdash \text{Е}}\ (\text{T})$$

Далее Аристотель разбирает возникающие возможности, определяемые условиями:

(6) АБ $\vdash$ П, ВД $\vdash$ А,
(7) АБ $\vdash$ П, ВД $\vdash$ Б,
(8) АБ $\vdash$ П, ВД $\vdash$ Р,
(9) АБ $\vdash$ П, ВД — нет вывода,

и отмечает, что в случаях (6), (7), (8) получается больше «силлогизмов, но не о предположенном, ибо предположено было, что силлогизм (АБВД $\vdash$ Е. — *В. Б.*) имеет [своим заключением] Е» [3, 42a 26—27]. Относительно же случая (9) он пишет: «Наконец, если из В и Д не получается никакого заключения, то они оказываются взятыми напрасно и не получится силлогизма о первоначально принятом» [3, 42a 27—29]. Действительно, ведь речь идет о получении Е, но из А и Б выводимо П, а не Е. Поэтому можно было бы ожидать, что Е можно вывести с помощью двух дополнительных посылок — В и Д. Однако это не так, из них вообще ничто, отличное от них самих, не выводимо, но тогда они, конечно же, являются бесполезными для выведения Е. Таким образом, и здесь нет никакой критики со стороны Аристотеля принципа утончения, а обсуждаются вопросы совершенно иного порядка.

Последнее место из 25-й главы, которое требует комментария, звучит так: «Если в силлогистическом рассуждении посылки, из которых выводится главное заключение (ведь некоторые из ранее сделанных заключений необходимо составляют посылки [для него]), нечетны по числу, то такое рассуждение или ничего не выводит, или оно умозаключает больше, чем необходимо для основного положения» [3, 42a 35—40]. Рассуждение здесь ведется о сложном силлогизме вида $А_1, А_2, \ldots, А_n \vdash$ Е ($n>2$), имеющем в своем составе просиллогизмы. Его структура может быть представлена таким образом:

$$\cfrac{\cfrac{А_1\, А_2, \ldots, А_n}{\vdots \atop \text{А, Б, В}}}{\text{Е}},$$

где Е, употребляя терминологию Аристотеля, является «главным заключением», а А, Б, В — это «предыдущие заключения», составляющие посылки для «главного заключения», т. е. выводимость А, Б, В $\vdash$ Е есть эписиллогизм. Если положить теперь для простоты, что число нечетных посылок равно 3, то утверждение об отсутствии какого-либо вывода из них (в смысле силлогистического вывода) может означать только то, что ни одна пара <АБ>, <АВ>, <БВ> не связана между собой силлогизмом, т. е. из них нельзя вывести нечто отличное от них самих. Если же какая-то из пар дает положение Е (скажем, АБ $\vdash$ Е), то тогда действительно умозаключается «больше, чем необходимо для основного положения», так как будут иметь место выводимости $A_1, ..., A_n \vdash E$ и $A_1, ..., A_n \vdash B$.

Анализ тех цитат, на которые ссылается П. Том для обоснования своей точки зрения, не обнаруживает какой-либо критики со стороны Аристотеля правила утончения. Скорее даже наоборот, все эти тексты, хотя и косвенно, говорят о приемлемости для него данного принципа. Что дело обстоит именно так, наиболее наглядно следует из того места в «Топике», где ведется рассуждение о необходимых и ненеобходимых посылках. Последние разделяются на четыре вида — те, которые берутся для наведения, чтобы было признано общее; те, которые берутся, чтобы придать бóльший вес доводу; а также чтобы скрыть заключение или сделать более четким довод. И далее читаем: «А [посылки], которые берут, чтобы скрыть выводы, нужны лишь ради спора. Но так как все это дело обращено против другого лица, то следует пользоваться и ими» [3, 155b 17—28].

Совет Аристотеля пользоваться ненеобходимыми посылками, пожалуй, следовало бы расценить как недоброкачественную рекомендацию софистического толка, если бы он полагал, что правило утончения не отвечает требованию научной строгости. Однако подозревать греческого философа в софистических уловках нет никаких оснований. Кроме того, по его мнению, ненеобходимые посылки могут вводиться и по другим основаниям. Таким образом, остается принять только одно: Аристотель знаком с принципом утончения и рассматривает его как вполне приемлемый [14].

Правило перестановки (**M**) [15]. В формулировке своих фигур Аристотель стандартизирует порядок посылок в двухпосылочных тезисах. На первое место ставится посылка с бóльшим крайним термином, а на второе — с меньшим. Тем не менее он иногда формулирует тезисы с другим порядком посылок. Например, модусы III фигуры *Felapton*, *Disamis*, *Datisi* и *Bokardo* формулируются с обратным порядком посылок, когда на первое место ставится высказывание с меньшим термином. Это явно указывает на наличие у Аристотеля правила перестановки.

Правило сокращения (**C**). П. Том рассматривает это правило как неаристотелевский принцип. Ссылка при этом делается на текст [42a 8—40], который только что был разобран. Но такая ссылка является явным недоразумением, так как из данного места в «Аналитиках» нельзя сделать никакого определенного вывода о свойстве сокращения, ибо здесь вообще не рассматриваются силлогизмы, в которых бы возникла необходимость несколько раз использовать одну и ту же посылку. К этому следует добавить, что все рассуждения П. Тома о неаристотелевском характере этого правила оказываются несущественными, ибо сам же автор показывает, что данный принцип тривиально выполняется даже в той релевантной силлогистике, которая им строится как выражающая точку зрения Аристотеля (см. [103, с. 194]). Поэтому мы принимаем сокращение как аристотелевский принцип.

Правило транзитивности (**T**). Конкретные примеры применения этого правила можно обнаружить у Аристотеля в каждой процедуре сведения II и III фигур к модусам I фигуры. С другой стороны, так как Аристотель знаком со сложными силлогизмами, и в частности с соритами, то это правило должно использоваться и здесь. В «Аналитиках» можно найти также высказывания, где Аристотель в явной форме использует свойство транзитивности выводимости (см. [3, 42a 1—4, 57b 6—9, 72b 37—a5]). Однако когда силлогистика строится как релевантная система без принципа утончения, правило сечения приходится ограничивать, так как в противном случае могут обосновываться тезисы, в которых не все переменные будут входить существенно (не все посылки будут необходимы). Примером может служить такое рассуждение:

$$\frac{Apm,\ Asm \vdash Asp \quad Asp,\ Ams \vdash Amp}{Amp,\ Asm,\ Ams \vdash Amp}\ (\mathbf{T})$$

Последний тезис не удовлетворяет условию связности и может быть получен из тезиса $Amp \vdash Amp$ по утончению, поэтому П. Том принимает сечение в некотором ограниченном виде:

$$(\mathbf{T}^*)\ \frac{\Gamma \vdash p \quad p,\ \Delta \vdash r}{\Gamma,\ \Delta \vdash r} - \left\{ \begin{array}{l} \text{при условии, что } \Gamma \text{ и } (\Delta, r) \text{ совместно не} \\ \text{содержат переменных, которых нет в } p. \end{array} \right.$$

Правило рефлексивности (**R**). Данное свойство выводимости является несомненно аристотелевским. П. Том справедливо замечает, что рефлексивность вида $Esp \vdash Esp$ и $Isp \vdash Isp$ легко получается из конверсии для высказываний типа E и I_i.

Например,

$$\frac{Esp \vdash Eps \quad Eps \vdash Esp}{Esp \vdash Esp}\ (\mathbf{T}^*).$$

Это позволяет ему считать разумным включение в число тезисов аристотелевской системы и выводимостей вида $Asp \vdash Asp$, $Osp \vdash Osp$, а следовательно, принять принцип рефлексивности в общем виде. Правомерность такого решения можно обосно-

[14] Из данной цитаты следует также, что Аристотель знаком с понятием существенной (необходимой) посылки. Поэтому попытка П. Тома рассмотреть силлогистику как релевантную систему является вполне оправданной, хотя та силлогистика, которая им реконструируется, является лишь релевантным фрагментом более широкой аристотелевской концепции.

[15] Обозначение этого правила буквой «M» дается от латинского *mutatio* — перестановка.

вать и прямыми ссылками на тексты Аристотеля (см., например, с. 57 данной работы).

Правило именной подстановки (U). Кроме рассмотренных правил, в которых выражаются основные свойства выводимости, Аристотель принимает еще два специальных правила. Одним из них является правило именной подстановки, т. е. подстановки одних именных переменных вместо других.

В своем систематическом обзоре модусов I, II и III фигур он предпочитает формулировать силлогизмы в разных фигурах с использованием различных переменных. Так, модусы I фигуры формулируются с переменными А, В, Г (больший, средний, меньший термины). Модусы II фигуры с переменными M, N, Ξ (средний, больший, меньший термины), а III фигуры с Π, Ρ, Σ (больший, меньший, средний термины). Но здесь же он редуцирует модусы II и III фигур к модусам I фигуры, в результате чего модусы I фигуры оказываются уже сформулированными не в терминах АВГ, а соответственно в терминах MNΞ и ΠΡΣ. Далее, в разных местах «Аналитик» Аристотель порой формулирует один и тот же модус с использованием различных переменных. Например, модус *Celarent* дается им в терминах АВГ, NMΞ, ΞMN, AΔB, ABΔ и AΓB (см. [3, 25b 40—a2, 27a 7—8, 27a 11—12, 61b 3—4, 79b 2—4, 80a 13]). Все это указывает на широкое использование Аристотелем принципа подстановки. Но в какой форме он применяется им?

В современной логике известны различные принципы подстановки одних переменных вместо других. Наиболее сильным является правило неограниченной подстановки, которое в нашем случае выглядит так:

$$(\mathrm{U}) \quad y = \mathrm{U}^{\alpha_1, \ldots, \alpha_n}_{\beta_1, \ldots, \beta_n} x \,|,$$

где «y» есть тезис, получающийся в результате подстановки в тезис «x» вместо каждого вхождения переменных $\alpha_1, \ldots, \alpha_n$ соответственно произвольных переменных $\beta_1, \ldots, \beta_n$. Но принятие этого правила ведет к получению таких тезисов, которые П. Том не рассматривает как аристотелевские. Действительно, в этом случае из модуса *Barbara* I фигуры *Amp*, *Asm* ⊢ *Asp* можно вывести тезис *App*, *Asp* ⊢ *Asp*, который получается за счет подстановки на место каждого вхождения переменной «m» переменной «p», т. е. отождествления этих переменных. Последняя выводимость не удовлетворяет условию связности, а потому, по мнению П. Тома, должна быть отвергнута как противоречащая аристотелевской позиции. Все это вынуждает его принять более слабое правило подстановки, а именно:

$$(\mathrm{U}^*) \quad y = \mathrm{U}^{*\alpha_1, \ldots, \alpha_n}_{\beta_1, \ldots, \beta_n} x \,|,$$

где «y», «x», $\alpha_1, \ldots, \alpha_n$ и $\beta_1, \ldots, \beta_n$ удовлетворяют тем же условиям, что и в правиле U, но на $\beta_1, \ldots, \beta_n$ накладывается дополнительное условие: эти переменные не встречаются в «x» и

отличаются друг от друга. Необходимость введения именно такого правила П. Том пытается обосновать ссылкой на две цитаты из «Аналитик», где Аристотель якобы высказывает свое негативное отношение к неограниченной подстановке. Рассмотрим эти тексты.

В главе 3 первой книги «Второй Аналитики» Аристотель обсуждает вопрос о так называемых доказательствах по кругу. Необходимость в этом возникла в силу существовавшего в то время мнения, что любое положение можно доказать, «ибо доказательство можно вести по кругу, т. е. одно можно доказать из другого и обратно» [3, 72b 17]. Стагирит же отстаивает позицию, согласно которой все доказать нельзя, что некоторые положения приходится принимать как самоочевидные и первичные. «В самом деле, когда при наличии А необходимо есть Б и при наличии Б необходимо есть В, тогда при наличии А необходимо будет и В. Стало быть, если при наличии А необходимо есть Б, а при наличии Б необходимо есть А (это-то и было доказательство по кругу), то А можно ставить на месте В... Таким образом, оказывается, что тот, кто признает доказательство по кругу, не говорит ничего иного, как то лишь, что если есть А, то А есть» [3, 72b 37—a6].

Из приведенной цитаты видно, что здесь действительно речь идет о подстановке вместо одной переменной другой, причем подстановке неограниченной, но разбираемый Аристотелем случай не имеет отношения к именной подстановке, так как касается пропозициональных, а не именных переменных. Речь идет о принципе транзитивности логики высказываний

$$\frac{\text{А} \vdash \text{Б} \quad \text{Б} \vdash \text{В}}{\text{А} \vdash \text{В}},$$

где А, Б, В — предложения, а не термины. Отсюда, осуществляя подстановку А вместо всех вхождений В, он получает

$$\frac{\text{А} \vdash \text{Б} \quad \text{Б} \vdash \text{А}}{\text{А} \vdash \text{А}},$$

что и используется далее для критики тезиса о доказательстве по кругу. По мнению Аристотеля, доказательство по кругу, когда Б доказывается через А, а А через Б, означает простую тавтологию А ⊢ А, а такую тавтологию, как мы уже знаем, он не признает за доказательство А, что, конечно же, справедливо. Поэтому в приведенном тексте можно обнаружить еще одно прямое указание на наличие в логике Аристотеля свойства транзитивности для выводимостей, а также свойства рефлексивности, но никак не негативное отношение к принципу неограниченной подстановки.

Второе место, на которое указывает П. Том, касается содержания главы 15 второй книги «Первой Аналитики», посвященной силлогизмам из противолежащих друг другу посылок. Под противолежащими «по словесному выражению» посылками

Аристотель понимает пары высказываний, которые задаются отношениями логического квадрата:

$\langle A, E\rangle$ — контрарные,

$\left.\begin{matrix}\langle A, O\rangle \\ \langle I, E\rangle\end{matrix}\right\}$ — контрадикторные,

$\langle I, O\rangle$ — субконтрарные.

Иначе говоря, это такие пары высказываний, которые отличаются друг от друга по качеству. Однако пара $<I, O>$ является противолежащей лишь «по словесному выражению», а не по существу, так как эти высказывания могут быть одновременно истинными. Из оставшихся трех пар противоположными он называл посылки $<A, E>$, а две другие пары относил к противолежащим по противоречию (см. [3, 63b 21—30]).

Далее Аристотель рассматривает возможность получения силлогизмов из противолежащих друг другу посылок для каждой фигуры и отмечает, что в I фигуре такие силлогизмы не получаются по всем модусам, а для III фигуры «утвердительного силлогизма никогда нельзя получить из противолежащих друг другу посылок... Отрицательный же получится, все равно, будут ли термины взяты в общих или не в общих посылках» [3, 64a 20—21]. Что конкретно здесь имеется в виду, поясним на примерах модусов III фигуры.

Как известно, в этой фигуре имеются три утвердительных силлогизма с прямым утвердительным заключением: *Darapti*, *Disamis*, *Datisi*. Рассмотрим модусы

Darapti *Disamis*

$$\frac{\text{Всякий } M \text{ есть } P \quad \text{Всякий } M \text{ есть } S}{\text{Некоторый } S \text{ есть } P} \quad \text{и} \quad \frac{\text{Некоторый } M \text{ есть } P \quad \text{Всякий } M \text{ есть } S}{\text{Некоторый } S \text{ есть } P}.$$

Аристотель осуществляет получение силлогизмов из противолежащих посылок за счет отождествления крайних терминов, т. е. подстановкой вместо термина «P» термина «S», либо наоборот. Ясно, что такая подстановка даст нам соответственно силлогизмы:

$$\frac{\text{Всякий } M \text{ есть } S \quad \text{Всякий } M \text{ есть } S}{\text{Некоторый } S \text{ есть } S} \quad \text{и} \quad \frac{\text{Некоторый } M \text{ есть } S \quad \text{Всякий } M \text{ есть } S}{\text{Некоторый } S \text{ есть } S}.$$

но это не будут силлогизмы из противолежащих посылок, так как последние являются высказываниями, различающимися по качеству, а в данном случае все посылки утвердительные [16]. Поэтому Аристотель и говорит, что силлогизма с утвердительным заключением из противолежащих посылок по III фигуре получить нельзя, с отрицательным же заключением — можно. Действительно, рассмотрим модусы

Felapton *Bokardo*

$$\frac{\text{Всякий } M \text{ не есть } P \quad \text{Всякий } M \text{ есть } S}{\text{Некоторый } S \text{ не есть } P} \quad \text{и} \quad \frac{\text{Некоторый } M \text{ не есть } P \quad \text{Всякий } M \text{ есть } S}{\text{Некоторый } S \text{ не есть } P},$$

Поступая как и ранее, получим соответственно:

$$\frac{\text{Всякий } M \text{ не есть } S \quad \text{Всякий } M \text{ есть } S}{\text{Некоторый } S \text{ не есть } S} \quad \text{и} \quad \frac{\text{Некоторый } M \text{ не есть } S \quad \text{Всякий } M \text{ есть } S}{\text{Некоторый } S \text{ не есть } S}.$$

В первом случае посылки оказываются противоположными — пара $<E, A>$, а во втором они оказываются противолежащими по противоречию — пара $<O, A>$. Аристотель приводит пример: «Если же принимается, что всякое врачебное искусство есть знание и что никакое врачебное искусство не есть знание, то берутся [посылки]: Б присуще всем А, а В не присуще ни одному А. Так что такое-то знание не будет знанием» [3, 64a 24—26].

Таким образом, в данном случае Аристотель совершенно недвусмысленно принимает силлогизмы, которые, во-первых, не удовлетворяют условию связности, а во-вторых, их выведение прямо осуществляется с помощью такой подстановки, которая отождествляет некоторые переменные исходного силлогизма.

Правила пропозиционального отрицания. Как уже отмечалось, Аристотель строит свою силлогистику без опоры на логику высказываний, поэтому, казалось бы, нет необходимости вводить какие-то специальные правила для оперирования логическими связками. Однако здесь надо сделать одно исключение. В косвенных доказательствах от противного, которые Аристотель применяет при сведении одних модусов к другим, в качестве дополнительной посылки принимается высказывание, которое противолежит по противоречию заключению данного модуса, т. е. является его отрицанием. Это делает естественным введение специального правила пропозиционального отрицания, что может лишь способствовать более детальному прояснению логики рассуждений Аристотеля, нисколько не меняя их по существу. Именно так и поступил П. Том, введя два правила для пропозиционального отрицания:

$$(\text{K})\ \frac{\Gamma, p \vdash q}{\Gamma, \neg q \vdash \neg p}, \quad (\text{K}')\ \frac{\Gamma, p \vdash q}{\Gamma, \sim q \vdash \neg p},$$

где «$\neg$» — контрадикторное отрицание, а «$\sim$» — контрар-

[16] Отметим один момент: так как в логике Аристотеля имеет место принцип сокращения одинаковых посылок, то первый модус дает тезис $Ams \vdash Iss$.

ное [17]. Однако на самом деле можно обойтись одним правилом **K**. Это вытекает из того факта, что контрарными являются только общие высказывания, а для них имеют место законы подчинения $Asp \vdash Isp$, $Esp \vdash Osp$ (см. [3, 26b 14—15, 27b 21—22, 109a 3—6, 119a 35—36]). Поэтому $\urcorner p$ всегда будет следовать из $\sim p$, что и позволяет обойтись лишь правилом **K**.

§ 4. АРИСТОТЕЛЕВСКАЯ ПОЗИТИВНАЯ СИЛЛОГИСТИКА КАК ДЕДУКТИВНАЯ СИСТЕМА

Чтобы завершить построение аристотелевской позитивной силлогистики, необходимо кроме общих свойств выводимости задать еще специальные выводимости, выражающие специфические свойства самих категорических высказываний. К ним относятся из числа однопосылочных тезисов: принципы обращения

$$\frac{Esp}{Eps},\ \frac{Asp}{Ips},\ \frac{Isp}{Ips},$$

а также законы подчинения для высказываний A и E —

$$\frac{{}^{\ulcorner}Asp}{Isp},\ \frac{{}^{\ulcorner}Esp}{Osp}.$$

Из числа двухпосылочных тезисов Аристотель принимает в в качестве основных прямые модусы фигуры I: *Barbara*, *Celarent*, *Darii* и *Ferio*, к которым он и сводит все остальные модусы II и III фигур. Однако не все эти тезисы являются независимыми друг от друга. Так, сам Аристотель указывает, что модусы I, II и III фигур могут быть сведены лишь к общим силлогизмам I фигуры, т. е. к модусам *Barbara* и *Celarent* (см. [3, 29b 1]). Кроме того, модусы I фигуры, в свою очередь, могут доказываться через модусы других фигур. Все это говорит о возможности построения различных «аксиоматизаций» силлогистики Аристотеля.

Что же касается нольпосылочных тезисов, например силлогистических тождеств вида $\vdash Ass$, $\vdash Iss$, которые имеют место в традиционной логике, то далее подробно будет аргументировано положение о критическом отношении Аристотеля к этим принципам. Тем более не являются правомерными тезисы Ess и Oss. Отсюда следует, что в позитивной силлогистике Аристотеля вообще нет ни одного нольпосылочного тезиса.

Система 1A*. Эта система, предложенная П. Томом, выражает его понимание силлогистики Аристотеля как релевантной дедуктивной теории, удовлетворяющей условию связности. Исходными символами системы являются:

[17] В записи этих правил мы изменили некоторые обозначения.

1) бесконечный список переменных s, p, m с числовыми индексами или без них,
2) знаки функторов — A, E, I, O,
3) знак выводимости — $\vdash$,
4) знаки отрицаний — $\urcorner$ $\sim$.

Если α и β — переменные, то категорической формой называется выражение вида $A\alpha\beta$, $E\alpha\beta$, $I\alpha\beta$, $O\alpha\beta$. Правильно построенной формулой (ппф) называется выражение, содержащее знак $\vdash$ с непустым множеством предшествующих ему категорических форм и одной формой, следующей за этим знаком [18]. Аксиомами являются:

$$\frac{Asp}{Asp},\ \frac{Esp}{Eps},\ \frac{Amp,\,Asm}{Asp},\ \frac{Emp,\,Asm}{Esp},\ \frac{Amp,\,Ism}{Isp},\ \frac{Emp,\,Ism}{Osp},$$

т. е. A-рефлексивность, E-конверсия, модусы *Barbara, Celarent, Darii и Ferio*. В качестве правил вывода принимаются: **U***, **M**, **K**, **K***, **T***. Правила сокращения посылок и утончения не принимаются, хотя первое из них является допустимым в системе. Дефинициально задается, что контрадикторными формами являются пары A, O и E, I, а контрарными — формы A и E.

Данная система может усиливаться в различных направлениях, например, мы можем отказаться от ограничений, которые накладываются на правила вывода, или допустить новые исходные выводимости [19]. Представляет интерес, в частности, формулировка П. Томом системы, которая отличается от 1A* только тем, что вместо правил **U*** и **T*** принимаются неограниченные никакими дополнительными условиями правила **U** и **T**. Автор обозначает ее как систему C. Она также является релевантной, но не в смысле связной релевантности, а в смысле релевантности Коимбры.

Однако даже в C не принимается принцип утончения, который является аристотелевским. Это вынуждает нас сформулировать новую систему, которую мы называем *1Ar*. Данная система строится как теория натурального вывода. Последнее позволяет ближе и непосредственнее соотнестись с методами рассуждения Аристотеля, нежели при других способах задания силлогистики (аксиоматика, секвенции).

Система *1Ar*. Знаками ее алфавита являются:
s, p, m с индексами или без них — именные переменные,
$\vdash$ — знак выводимости,
A, E, I, O — функторы,
$\urcorner$ — знак пропозиционального отрицания.

Понятие формулы определяется условием: если α и β — именные переменные, то $A\alpha\beta$, $I\alpha\beta$, $O\alpha\beta$, $E\alpha\beta$, $\urcorner A\alpha\beta$, $\urcorner I\alpha\beta$,

[18] Мы используем другую запись, а именно: пишем черту, над которой помещаем посылки выводимости, а под ней заключение.

[19] Мы не будем рассматривать все эти возможные модификации и отсылаем за дополнительной информацией к работе П. Тома.

$\neg O\alpha\beta$, $\neg E\alpha\beta$ — формулы. В качестве правил вывода принимаются выводимости:

$$\frac{E\alpha\beta}{E\beta\alpha},\ \frac{A\alpha\beta,\ A\gamma\alpha}{A\gamma\beta},\ \frac{E\alpha\beta,\ A\gamma\alpha}{E\gamma\beta},$$

т. е. E-конверсия, модусы *Barbara* и *Celarent*. В этих формулировках знаки α, β, γ — синтаксические переменные. Принимаются также два правила для введения и исключения пропозиционального отрицания

$$(\neg в)\ \frac{\neg B,\ B}{\neg Д},\ (\neg и)\ \frac{\neg\neg B}{B},$$

где B и $Д$ — формулы силлогистики и $Д$ — последняя посылка. Отношение контрадикторности задается дефинициями:

$$\mathbf{D1}\quad O\alpha\beta \underset{\mathrm{Df}}{\Leftrightarrow} \neg A\alpha\beta,$$

$$\mathbf{D2}\quad E\alpha\beta \underset{\mathrm{Df}}{\Leftrightarrow} \neg I\alpha\beta.$$

Под выводом формулы B из посылок $A_1, A_2, ..., A_n$ (формально: $A_1, A_2, ..., A_n \vdash B$) понимается конечная последовательность формул $C_1, C_2, ..., C_n$ такая, что она удовлетворяет следующим условиям: 1) каждая формула C_i есть либо одна из посылок $A_1, A_2, ..., A_n$, либо некоторая дополнительная посылка, либо получена из предыдущих формул по одному из правил вывода, 2) каждая дополнительная посылка удаляется из вывода применением правила $\neg в$, при этом все формулы, начиная с последней посылки и вплоть до результата применения этого правила, считаются исключенными из вывода (т. е. они не могут далее участвовать в выводе), 3) последняя формула в выводе C_n графически совпадает с формулой B.

В определенном таким образом понятии вывода уже заложены правила **Y**, **K**, **C**, **M** и **T**. Правило подстановки именных переменных тоже имеет место, так как система формулируется с использованием синтаксических переменных. Свойство рефлексивности выводимости автоматически выполняется. Покажем конкретно технику выведения тезисов в IAr.

$Asp \vdash Asp$ (A-рефлексивность)

1. Asp — посылка

[2. $\neg Asp$ — дополнительная посылка

3. $\neg\neg Asp$ — $\neg в$, 1,2

4. Asp — $\neg и$, 3

В этом выводе квадратной скобкой отмечена формула, которая согласно понятию вывода исключена применением правила $\neg в$.

$Isp \vdash Ips$ (I-конверсия)

1. Isp — посылка

[2. $\neg Ips$ — дополнительная посылка

3. Eps — **D2** к 2

4. Esp — E-конверсия 3

5. $\neg Isp$ — **D2** к 4

6. $\neg\neg Ips$ — $\neg в$ 1, 5

7. Ips — $\neg и$ 6

$Amp,\ Ims \vdash Isp$ (модус *Datisi*)

1. Amp } — посылки
2. Ims }

3. Ism — I-конверсия 2

4. Isp — *Darii* 1, 3

Система IAr, несмотря на наличие в ней правила утончения, все же остается релевантной в смысле Коимбры. Это определяется отсутствием в ней нольпосылочных тезисов. Ниже будет показано, что система IAr не является полной относительно семантики, которую предполагал Стагирит.

Завершая этот параграф, еще раз подчеркнем, что все рассмотренные здесь системы строятся без опоры на исчисление высказываний. Для построения силлогистики оказалось достаточным использовать лишь фундаментальные свойства выводимости. Отметим также, что силлогистики, формулируемые без применения аппарата логики высказываний, рассматривались и другими авторами (см., например, [40]).

§ 5. ИНТЕРПРЕТАЦИЯ

При рассмотрении семантических проблем, связанных с традиционной силлогистикой, для интерпретации и наглядного представления смыслов категорических высказываний обычно используются круги Эйлера. Однако ни рассмотренных выше пяти жергоновских схем, ни совокупности схем Кейнса недостаточно для четкого решения семантических проблем силлогистики, так как в каждом из этих подходов не учитывается целый ряд других возможных случаев отношений между терминами. Поэтому в дальнейшем мы будем опираться на полный перечень отношений между терминами, который задается следующими 15 схемами (модельными схемами):

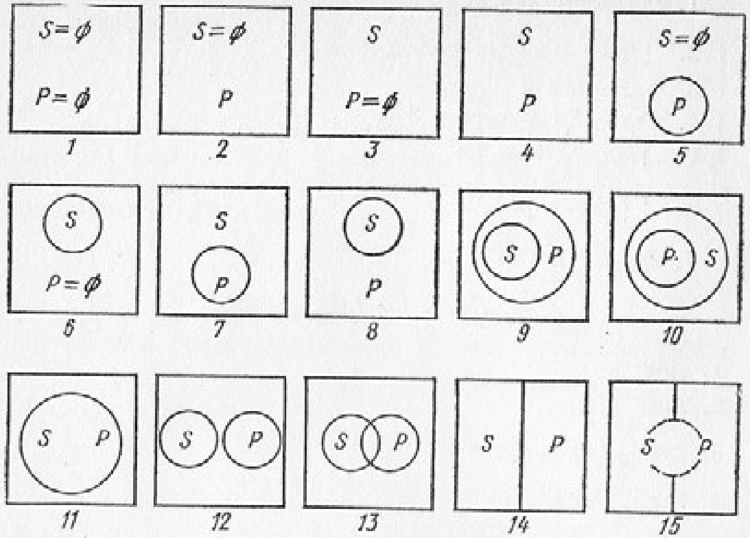


Рис. 6

Написание в таблице $S=\varnothing$ или $P=\varnothing$ означает, что объемы соответствующих терминов пусты. В схемах 2, 4, 8 объем термина «P» совпадает с универсумом рассуждения, то же верно и для термина «S» в схемах 3, 4, 7. Очевидно, что данные 15 схем исчерпывают все возможные случаи отношений между двумя терминами. Теперь мы можем на само это множество смотреть как на некоторый универсум, в котором каждая из 15 схем моделирует то или иное условие истинности для высказываний типа A, E, I, O. При этом функторы A, E, I, O можно понимать как некоторые свойства в данном пятнадцатиэлементном множестве, т. е. как некоторые подмножества данного универсума.

Из *рис. 6* видно, что термины, содержащиеся как в жергоновских (9—13), так и кейнсоновских (9—15) схемах, не являются ни пустыми, ни универсальными. Это говорит об особой трактовке традиционной логики, которая в соответствии с общепринятым ее пониманием и указанными интерпретирующими модельными схемами, является логикой экзистенциальной (предполагающей пустоту терминов). В отличие от традиционной силлогистики, силлогистика Аристотеля является системой, которая свободна от экзистенциальных предпосылок. Для правильного понимания этого утверждения остановимся кратко на некоторых типичных семантических особенностях современной классической логики (исчислении предикатов первого порядка), для которой оказываются существенными два условия ее интерпретации:

а) область индивидов (универсум рассуждения), по которой

пробегают индивидные переменные, должна быть обязательно непустой, так как невыполнение этого требования ведет к нарушению некоторых законов классической логики (например, выражение $\forall xA(x) \supset \exists xA(x)$ становится ложным утверждением);

б) все индивидные константы (единичные имена) должны обязательно быть непустыми терминами над данным универсумом; невыполнение этого условия приводит к сомнению, остается ли формула $A(a) \supset \exists xA(x)$ для случая, когда a — пустой термин, общезначимым утверждением, т. е. законом логики. Например, если взять в качестве «a» термин «Пегас», то из истинного высказывания «Пегас не существует» можно получить выражение «Существует предмет x такой, что x не существует», которое, скорее всего, следует трактовать как ложное утверждение.

В силу целого ряда причин существует теоретическая и практическая потребность в разработке аппарата вывода, который был бы свободен от этих ограничивающих условий. Таким аппаратом является так называемая свободная логика, где освобождение от экзистенциальных предпосылок ведется по двум линиям: допускается возможность выбора в качестве универсума пустых областей (по крайней мере часть универсума может представлять собой область несуществующих объектов) и допускается наряду с непустыми терминами участие в выводе и пустых терминов. Логика Аристотеля является свободной (неэкзистенциальной) в обоих этих смыслах.

Для того чтобы наглядно продемонстрировать семантические особенности аристотелевской логики, мы будем строить для силлогистик интерпретации двух типов. Во-первых, речь будет идти об интерпретации в языке первопорядковой классической логики, а во-вторых, об интерпретации на языке булевой алгебры. При этом второй способ интерпретации является порой даже более предпочтительным, так как позволяет в ряде случаев более четко отделить позитивную силлогистику от негативной [20].

Системы IA^*, C, рассмотренные П. Томом, и система IAr, которая была описана нами как приближенная к точке зрения Аристотеля, имеют отличные друг от друга неизоморфные (нетождественные) модели. Это говорит о некатегоричности позитивной силлогистики Аристотеля. В то же время обращение к текстам Стагирита существенно сужает класс возможных интерпретаций его логики и, более того, позволяет даже вполне определенно приписать его силлогистике следующую интерпретацию:

$$Asp \Leftrightarrow s \cap p = s \,\&\, s > 0 — \{4, 8, 9, 11\},$$
$$Esp \Leftrightarrow s \cap p = 0 — \{1, 2, 3, 5, 6, 12, 14\},$$
$$Isp \Leftrightarrow s \cap p > 0 — \{4, 7—11, 13, 15\},$$
$$Osp \Leftrightarrow s \cap p < s \vee s = 0 — \{1—3, 5—7, 10, 12—15\}.$$

[20] См. об интерпретации силлогистики в нижнюю полурешетку [48].

Соответствующая исчисленческая калька выглядит так:

$$Asp \Leftrightarrow \forall x(S(x) \supset P(x)) \& \exists xS(x),$$
$$Esp \Leftrightarrow \forall x(S(x) \supset \neg P(x)),$$
$$Isp \Leftrightarrow \exists x(S(x) \& P(x)),$$
$$Osp \Leftrightarrow \exists x(S(x) \& \neg P(x)) \vee \neg \exists(x)S(x).$$

В данных переводах [21] содержатся следующие характеристики категорических высказываний: условие на непустоту субъекта накладывается только на утвердительные (общие и частные) высказывания и не накладывается на отрицательные. При таком переводе аристотелевская силлогистика становится системой, свободной от экзистенциальных предпосылок.

Это утверждение может показаться странным, так как в самих переводах высказываний A и I содержится требование о непустоте некоторых терминов. Но здесь надо иметь в виду то обстоятельство, что именно эти требования, записанные в самих переводах, как раз и делают возможным отвлечение от них. Нам теперь нет необходимости каждый раз обращаться к семантике терминов, ведь когда речь идет об экзистенциальных предпосылках, то имеют в виду именно семантические предпосылки, т. е. нечто такое, что явно не выражается в языке и что схоласты называли пресуппозицией употребления языка. Теперь же все необходимое сделано в самом переводе, а это означает, что в каждом из четырех типов высказываний A, E, I, O на месте субъекта и предиката могут стоять экзистенциально произвольные термины. Их фактуальная пустота или непустота будет влиять не на класс доказуемых тезисов силлогистики, а лишь на условие их истинности. Так, выводимость $Asp \vdash Isp$ сохранится даже при пустом s (субъекте). Просто высказывание Asp, как и Isp, примет значение «ложь».
этом случае высказывание Asp, как и Isp, примет значение

Особо следует подчеркнуть еще одно немаловажное обстоятельство. В современной логике стала традиционной трактовка частных высказываний как экзистенциальных. С этой точки зрения высказывания «Некоторый S есть P» и «Некоторый S не есть P» означают то же самое, что и $\exists x(S(x) \& P(x))$ и $\exists x(S(x) \& \neg P(x))$ соответственно. Однако исследователи, занимавшиеся изучением силлогистики, неоднократно отмечали, что слово «некоторый» не обязательно должно интерпретироваться в экзистенциальном смысле (см., например, [52]). Эта особенность фиксируется рассматриваемой семантикой. Как легко видеть, здесь кванторное слово «некоторый» имеет экзистенциальный смысл только тогда, когда оно используется в высказывании типа I, и не имеет экзистенциального смысла в

[21] Строго говоря, речь здесь первично и непосредственно должна идти о переводе силлогистических выражений в алгебру и стандартное исчисление предикатов. Однако, поскольку для исчисления предикатов и булевой алгебры существуют хорошо разработанные интерпретации, указанные переводы с одного языка на другой могут и должны пониматься как специфические способы задания семантических условий истинности для категорических высказываний.

высказывании типа O, где его смысл значительно слабее.

Описанная семантика для аристотелевской силлогистики не является каким-то новаторством. Эта точка зрения была господствующей в поздней схоластике. Ее придерживались Альберт Саксонский [58], Марцилий [86], В. Оккам [89]. В новое время эту точку зрения отстаивал Кейнс [81]. В современной логике вопрос о возможности такой интерпретации аристотелевской силлогистики был поставлен А. Черчем [69], в настоящее время ее придерживается Дж. Коркоран [71], в нашей стране она упоминалась в работе И. Н. Бродского [12] и принимается В. А. Смирновым [43]. Какие же имеются основания приписать такую семантику Аристотелю?

В «Метафизике» Аристотель с явно выраженным одобрением приводит мнение элеатов, согласно которому «бытие есть, а небытия — нет» [3, 986b 28—31]. Здесь его, думается, привлекает прежде всего не онтологическая концепция элеатов, а тот логический смысл, который имеет этот тезис. С логической точки зрения он может быть понят так: позитивная предикация, выражаемая связкой «есть», всегда должна относиться к бытию (сущему), в то время как относительно небытия (не-сущего) должна быть верна негативная предикация, выражаемая связкой «не есть».

Эта позиция хорошо согласуется с аристотелевской концепцией истины как соответствия наших утверждений объективной реальности. С этой точки зрения, если мы истинно предицируем некоторое свойство объекту, то этот объект существует. Если же объект не существует, то он, естественно, не обладает никакими свойствами, а следовательно, и любая предикация ему некоторого свойства должна оцениваться как ложь. Но тогда истинным будет утверждение, в котором такая предикация отрицается.

Такие соображения должны были необходимо приводить Аристотеля к мысли, что в категорических высказываниях связки «есть» и «не есть» не являются чисто формальными показателями наличия акта предикации, но и выражают определенную онтологическую информацию. Так, если высказывания «Всякий S есть P» или «Некоторый S есть P» истинны, то связка «есть» должна информировать нас о непустоте субъекта, т. е. из этих высказываний должно следовать «S есть». Именно это имеет место в описанной семантике:

$$\forall x(S(x) \supset P(x)) \ \& \ \exists xS(x) \vdash \exists xS(x), \ \exists x(S(x) \ \& \ P(x)) \ \vdash \exists xS(x).$$

С другой стороны, согласно данной интерпретации, отрицательные предложения не предполагают непустоту субъекта. Этот момент находит свое полное подтверждение в аристотелевской концепции «неопределенного глагола». Как уже было показано (см. с. 43), неопределенные глаголы представляют собой отрицательные предикаты вида «не есть P», относительно которых Аристотель прямо говорит: «назовем его неопределенным глаголом, потому что оно одинаково подходит к чему угодно — к существующему и к несуществующему» [3, 16b 14—15]. Итак, отрицательная предикация, по Аристотелю, истинно осуществляется как относительно существующего, так относительно и несуществующего объекта. Например, высказывание «Всякий S не есть P» истинно и тогда, когда S и P не пусты, но не имеют общих элементов, и когда субъект пуст.

Наиболее отчетливо эта позиция выражена в десятой главе «Категорий», где обсуждается проблема о видах противолежания и выделяется одна из ее разновидностей — противоположность между утверждением и отрицанием [22]. По мнению Аристотеля, высказывания, противолежащие друг другу как утверждение и отрицание, таковы, что «всегда только одно из них необходимо истинно, другое ложно» [3, 13a 37—b2]. Но тут же отмечает, что иногда, казалось бы, бывает и не так: «ведь то, что Сократ здоров, противоположно тому, что Сократ болен. Но не всегда одно здесь необходимо истинно, а другое ложно. Если Сократ существует, то одно из них будет истинным, другое — ложным; а если его нет, то оба они ложны: ведь если вообще нет самого Сократа, неистинно и то, что Сократ болен, и то, что он здоров» [3, 13b 13—20]. И несколько далее он пишет: «Что же касается утверждения и отрицания, то существует ли [вещь] или нет — всегда одно из них будет ложным, а другое истинным. Ибо ясно, что если Сократ существует, одно из высказываний — «Сократ болен» и «Сократ не болен» — истинно, а другое ложно, и точно так же — если Сократа нет, ибо если его нет, то [высказывание] «он болен» ложно, а [высказывание] «он не болен» истинно» [3, 13b 27—33].

Этот отрывок во многих отношениях весьма примечателен, на его основе мы получаем возможность четко выразить смысл единичных высказываний. Действительно, пусть $E(a)$ будет высказыванием «a существует», тогда аристотелевское понимание можно задать так:

$$
\begin{aligned}
&a \text{ есть } P \Leftrightarrow P(a) \,\&\, E(a),\\
&a \text{ есть не-}P \Leftrightarrow \neg P(a) \& E(a),\\
&a \text{ не есть } P \Leftrightarrow \neg P(a) \vee \neg E(a),\\
&a \text{ не есть не-}P \Leftrightarrow P(a) \vee \neg E(a).
\end{aligned}
$$

Здесь, как и в предложенной выше семантике, условия о непустоте субъекта накладываются лишь на утвердительные высказывания, в то время как отрицательные высказывания могут быть истинными и при пустом субъекте. Далее, здесь четко проявляется отличие внешнего (не есть P) и внутреннего (не-P) отрицаний, в частности, имеет место

[22] Относительно этого сочинения существует сомнение в его принадлежности Аристотелю. Основной спор идет о подлинности учения о категориях, содержащегося в главах 1—9. Главы 10—15 трактуют вопрос о постпредикаментах, и их принадлежность Аристотелю не вызывает сомнений.

$$
\begin{aligned}
&\neg(a \text{ есть } P) \equiv a \text{ не есть } P,\\
&\neg(a \text{ есть не-}P) \equiv a \text{ не есть не-}P.
\end{aligned}
$$

Ту же мысль можно обнаружить и в других сочинениях Аристотеля. В этом смысле показательным является способ выражения частных высказываний, с которыми мы сталкиваемся в «Аналитиках» и «Об истолковании». Например, в последнем из этих трактатов Аристотель вообще не употребляет для выражения частных высказываний формы «Некоторый S есть P» и «Некоторый S не есть P», предпочитая для частноутвердительных форму «есть некий бледный человек», «некий человек бледен», «какой-то человек справедлив» (см. [3, 17b 19, 17b 25, 18a 6, 20a 22]), а для частноотрицательных — «не каждый человек есть несправедливый» (см. [3, 17b 18, 18a 5, 19b 32—34, 20a 23]). В «Аналитиках» Аристотель использует форму «Некоторый S не есть P», например, в том месте, где он дает классификацию высказываний. Однако тут же, как бы боясь быть неправильно понятым, он дополняет ее другой, заявляя, что частными высказываниями он называет «о присущем или не присущим некоторым или присущем не всем» [3, 24a 18]. Такие пояснения приводятся им неоднократно и в других местах «Аналитик».

Из всего этого можно сделать только один вывод: трактуя частноутвердительное высказывание в экзистенциальном смысле («есть некий бледный человек»), что хорошо передается формулой исчисления предикатов $\exists x(S(x) \,\&\, P(x))$, Аристотель в каком-то ином, не экзистенциальном, смысле понимает частноотрицательные высказывания. Если учесть, далее, что Аристотель, неоднократно уточняя смысл выражения «Некоторый S не есть P», приводит форму «Не каждый S есть P», т. е. если учесть соотношения логического квадрата, когда $\neg Asp \dashv\vdash Osp$, то становится понятно, что частноотрицательное высказывание действительно не является экзистенциальным, а несет более слабую информацию:

$$
\neg(\forall x(S(x) \supset P(x)) \,\&\, \exists x S(x)) \dashv\vdash \exists x(S(x) \,\&\, \neg P(x)) \vee \\ \vee \neg \exists x S(x).
$$

Очень важным моментом, проясняющим семантику логики Аристотеля, является его отношение к так называемым «законам силлогистического тождества», т. е. к выражениям вида Ass, Iss и S есть S. Действительно, рассматриваемая нами интерпретация не позволяет считать эти формы законами силлогистики Аристотеля, так как формулы $\forall x(S(x) \supset S(x)) \,\&\, \exists x S(x)$ и $\exists x(S(x) \,\&\, S(x))$ не являются законами. Поэтому если бы оказалось, что Аристотель принимал их в качестве законов своей силлогистики, то это свидетельствовало бы о неадекватности предложенной интерпретации позиции Аристотеля.

Рассмотрение текстов «Аналитик» под этим углом зрения показывает, что греческий мыслитель действительно в некоторых случаях принимает в качестве истинных высказывания вида Ass и Iss. Это следует из двух мест «Аналитик», которые будут проанализированы несколько позже. Сейчас же отметим, что наличие у Аристотеля текстов, где он явно считает высказывания вида Ass и Iss истинными, дало повод многим исследователям логики Стагирита полагать, что силлогистические тождества являются законами его логики. Однако это не так. Он не только не принимает эти положения в качестве законов, но и прямо их критикует, о чем недвусмысленно свидетельствует текст «Об истолковании».

В 11-й главе этого трактата Аристотель рассматривает высказывания со сложными терминами. В частности, он анализирует общеутвердительные высказывания со сложными субъектами и предикатами $A(s\cap p)r$ и $As(p\cap r)$, где $(s\cap p)$ и $(p\cap r)$ есть пересечение классов s, p и p, r. Для выражения $As(p\cap r)$ Аристотель критикует принцип $Asp,\ Asr \vdash As(p\cap r)$, но принимает (см. 3, 20b 31—a15) выводимость в обратную сторону

$$As(p\cap r) \vdash Asp\ \&\ Asr.$$

Что же касается высказываний вида $A(s\cap p)r$, то Аристотель задается прежде всего вопросом, является ли всегда истинным утверждение $A(s\cap p)s$ или нет. При этом ясно, что исходным здесь является вопрос о тождестве вида $A(s\cap p)(s\cap p)$, которое представляет собой частный случай силлогистического тождества Ass, получающееся из Ass за счет подстановки вместо s сложного термина $(s\cap p)$.

Аристотель указывает, что об отдельном человеке правильно говорить «и притом без оговорок, например: этот определенный человек есть человек, или этот определенный бледный человек есть бледный человек. Однако не всегда: когда в прибавленном (имеется в виду, что субъект становится сложным за счет прибавления некоторого нового признака — *В. Б.*) содержится нечто противолежащее, из чего следует противоречие, высказывание не истинно, а ложно; например, если назвать умершего человека человеком» [3, 21a 18—23].

Здесь точка зрения о неприемлемости закона силлогистического тождества выражается Аристотелем с предельной ясностью. Он, собственно, указывает на тот момент, против которого нельзя принципиально высказать никаких возражений, а именно: он утверждает, что Ass не может рассматриваться как всегда истинное выражение, так как существуют такие конкретные подстановки терминов вместо переменной s, когда это выражение становится ложным. Это происходит в том случае, когда подставляемый термин противоречив, например, термин «умерший человек». Ведь быть умершим человеком — противоречие, так как всякий человек — это живое существо, а не умершее.

Ход рассуждения Аристотеля можно реконструировать следующим образом. Пусть всегда истинным будет выражение Ass.

Тогда для любого термина, и в частности противоречивого $(s\cap p)$ будет верно $A(s\cap p)(s\cap p)$, например, «Всякий умерший человек есть умерший человек». Отсюда по указанному выше принципу $As(p\cap r) \vdash Asp\ \&\ Asr$ следует:

(1) «Всякий умерший человек — мертв»,
(2) «Всякий умерший человек — человек», но ведь
(3) «Всякий человек — живое существо», поэтому по *Barbara*
(4) «Всякий умерший человек есть живое существо», что является самопротиворечивым.

Итак, Аристотель не признает за силлогистическим тождеством статуса закона. Однако он полагает, что в некоторых случаях утверждения Ass и Iss являются истинными. Продолжая рассуждение, он пишет: «Если же [противоречие] не содержится, то высказывание истинно. Или, вернее, когда [противоречие] содержится, высказывание всегда не истинно, а когда не содержится, оно не всегда истинно; например, Гомер есть что-то, скажем поэт; значит ли, что он есть или же его нет? Ведь «есть» сказывается здесь о Гомере привходящим образом, а именно: «есть» сказывается здесь о Гомере потому, что он есть поэт, а не само по себе. Так что в тех высказываниях, в которых не содержатся противоположности, если имена заменяют определениями, и которые сказываются сами по себе, а не привходящим образом, будет и без оговорок правильно утверждать о том, что нечто есть. Что касается не-сущего, то, поскольку оно есть предмет мнения, неправильно утверждать, что оно нечто сущее, ибо мнение о нем имеется не потому, что оно есть, а потому, что его нет» [3, 21a 23—24].

Еще раз отметим, согласно Аристотелю, утвердительное высказывание «*S* есть *P*» всегда будет ложным, если в этом высказывании субъект является противоречивым термином. Иначе говоря, противоречивому объекту нельзя утвердительно предицировать никакое свойство. С другой стороны, если субъект не является противоречивым термином, то высказывание может быть как истинным, так и ложным. А что высказывание «Гомер есть поэт» рассматривается Аристотелем как ложное, вытекает из общего контекста, в который включено данное предложение («...оно не всегда истинно; например, Гомер есть что-то, скажем, поэт») [23]. Это следует и из дальнейших его пояснений, когда он отрицает, что из высказывания «Гомер есть поэт» вытекает предложение «Гомер есть»: ведь в высказывании «Гомер есть поэт» слово «есть» употребляется привходящим образом, т. е. здесь фиксируется не знание о Гомере, а всего лишь мнение [24]. Не-сущее, в данном случае Гомер, есть

[23] В культурных кругах греческого общества порой высказывалось мнение о мифичности Гомера.

[24] Противопоставление знания и мнения в греческой философии имело существенное значение и в полной мере разделялось Аристотелем.

предмет мнения, а мнение о нем имеется не потому, что он есть, «а потому, что его нет».

Читая это рассуждение, можно наглядно представить себе ту ситуацию, в которой подобные сентенции могли появиться из уст Аристотеля. Вот он утверждает, что из высказывания «*a* есть *P*» вытекает «*a* есть». Но тут же следует возражение, что в таком случае из высказывания «Гомер есть поэт» должно выводиться предложение «Гомер есть». И задающий вопрос, и Аристотель полагают, что Гомер, конечно же, не существует, а это и придает остроту возражению Аристотеля, который вынужден подробно объяснять, в силу каких причин из высказывания «Гомер есть поэт» не следует высказывание «Гомер есть». Ведь здесь предикация «есть поэт» осуществляется потому, что мы полагаем Гомера поэтом по определению, по дефиниции. Таким образом, в данном предложении фиксируется не объективная, реальная присущность этого свойства Гомеру, а выражается лишь отношение между принятым определением Гомера как поэта и самим же этим определением, т. е. здесь слово «есть» дано привходящим образом. В этой связи необходимо еще раз напомнить, что истинность, по Аристотелю, является отношением между объективной реальностью и нашим утверждением о ней. Но в предложении «Гомер есть поэт» подобного отношения между содержащимся в нем утверждением и объективной реальностью нет. Поэтому оно не может в подлинном смысле слова трактоваться как истинное. Позиция Аристотеля в данном случае весьма последовательна и логична [25].

Семантическая точка зрения Аристотеля в определенном смысле богаче его чисто синтаксических построений. Не принимая силлогистические тождества Ass и Iss в качестве тезисов своей силлогистики, он допускает их в качестве фактуально истинных утверждений в том случае, когда известно, что s не пусто, т. е. должны иметь место выводимости $E(s) \vdash Ass$ и $E(s) \vdash Iss$. Поскольку, однако, в силлогистике нет средств для выражения высказываний существования, постольку самое большее, что здесь можно сделать, это принять в качестве тезисов утверждения, отсутствующие в явном виде у Аристотеля, но оправдывающиеся его семантикой. Такими тезисами будут

$$Asp \vdash Ass,$$
$$Isp \vdash Ass,$$

которые как раз и должны быть присоединены к позитивной силлогистике, чтобы получилась полная система. Теперь не составляет труда разобраться и в тех двух местах из «Аналитик», которые обычно понимаются как прямые указания на принятие Аристотелем силлогистических тождеств.

В первом тексте он обсуждает вопрос о перестановке терминов, т. е. об условиях, когда оказываются одновременно истинными высказывания Asp и Aps. В приводимой ниже цитате речь идет не о полной перестановке терминов, а о некоторой ограниченной перестановке. Предположим, говорит Аристотель, что имеют место высказывания «Всякий Б есть А» и «Всякий В есть А», и А более ни о чем другом, отличном от А, не сказывается. И пусть, кроме этого, имеет место «Всякий В есть Б». Тогда, пишет Аристотель, «о всем том, о чем говорится А, говорится и Б, за исключением самого А» [3, 68a 16—21]. Действительно, из данных высказываний вытекает, что А говорится о Б, В, самом себе и более ни о чем. С другой стороны, Б говорится о В, так как «Всякий В есть Б», и о самом себе, поскольку «Б сказывается и о самом себе» [3, 68a 19], но Б не сказывается об А, так как из данных посылок нельзя вывести заключение «Всякое А есть Б». Таким образом, Аристотель полагает, что высказывание «Всякий Б есть Б» является истинным, но в этом нет ничего странного, ведь ранее он принял в качестве истинного утверждение «Всякий Б есть А», а как было только что показано, в аристотелевской силлогистике должен иметь место тезис $Asp \vdash Ass$. Поэтому данное место из «Аналитик» следует просто рассматривать как косвенное указание на приемлемость для Аристотеля этого тезиса.

Второй текст уже анализировался нами в связи с вопросом о силлогизмах из противолежащих посылок, заключениями которых всегда являются высказывания вида «Всякий S не есть S» или «Некоторый S не есть S». По поводу данных силлогизмов Аристотель замечает, что если из просто ложных посылок можно получить истинное заключение, то из противолежащих нельзя, ибо «заключение в таком случае оказывается всегда противоположным действительному положению вещей, как, например, если это есть благо, делается вывод, что оно не есть благо; или, если вот это есть живое существо, — что оно не есть живое существо» [3, 64b 8—12].

Это место обычно понимается в том смысле, что коль скоро Аристотель полагает высказывания Ess и Oss всегда ложными, то отсюда по логическому квадрату сразу же должна следовать истинность высказываний Ass и Iss. Однако такое понимание находится в прямом противоречии с тем, что утверждает Арис-

[25] В подтверждение развиваемой точки зрения можно было бы сослаться на те места из «Топики», где Аристотель прямо указывает: «сущее или познаваемое не сказывается о том, что не существует» [3, 121a 23—24], «не-сущее вообще не имеет никаких видов» [3, 128b 9]. Однако не следует забывать о возможности иной интерпретации рассматриваемого текста. Можно было бы, например, думать, что Аристотель рассматривает предложение «Гомер есть поэт» как истинное утверждение. Именно так, видимо, он трактует предложение «Не-сущее есть что-то» в трактате «О софистических опровержениях» [3, 180a 32—37], полагая, что быть чем-то и быть вообще — не одно и то же. Видимо, Аристотель предвидел возможность принятия другой экзистенциальной позиции, в соответствии с которой могут быть истинными утверждения и о несуществующих объектах. Но такая позиция, конечно, не могла быть им в полной мере принята и развита, так как она в некотором смысле требует отказа от той концепции истины, которой он последовательно придерживался.

тотель о высказываниях вида A, когда критикует тезис Ass. На самом деле здесь нет никакого противоречия, так как философ прямо указывает, что высказывания Ess и Oss противоположны именно «действительному положению вещей», т. е. он рассматривает их по отношению к действительности, сущему, и, следовательно, термины, входящие в них, должны быть не пусты. Ведь Аристотель не просто заявляет, что предложения «Благо не есть благо», «Живое существо не есть живое существо» ложны, но высказывает условное утверждение «... если это есть благо, делается вывод, что это не есть благо». Антецедент этого утверждения представляет собой экзистенциальную предпосылку, говорящую о непустоте терминов «благо» и «живое существо». Таким образом, и данный текст может быть согласован с вышеприведенной семантикой.

§ 6. НЕГАТИВНАЯ СИЛЛОГИСТИКА АРИСТОТЕЛЯ

Значительный интерес представляет вопрос о возможных расширениях позитивной силлогистики Аристотеля. Прежде всего мы остановимся на расширении позитивной силлогистики до системы негативной силлогистики, осуществляемом введением отрицательных терминов.

Вообще говоря, отрицательные термины могут быть присоединены к системе разными способами. Самый простой и тривиальный состоит в разрешении осуществлять подстановку в тезисы позитивной силлогистики отрицательных терминов. Требуемые в этом случае модификации систем, например IAr, состояли бы только в изменении понятия терма за счет введения дополнительного условия: если α — терм, то и $\bar{\alpha}$ — терм. Такое расширение позволяет, имея, например, выводимость $Asp \vdash Isp$, получить новые выводимости $A\bar{s}p \vdash I\bar{s}p$, $As\bar{p} \vdash Is\bar{p}$, $A\bar{s}\bar{p} \vdash I\bar{s}\bar{p}$. Но такая система в определенном смысле не богаче позитивной силлогистики, так как все эти новые формы представляют собой всего лишь частные случаи исходного выражения $Asp \vdash Isp$.

Чтобы расширение оказалось не тривиальным, необходимо в новой системе установить дополнительные закономерные отношения, которые бы связывали позитивные формы выражений с негативными. В традиционной логике эту роль выполняют принципы превращения (*obversio*):

$$Asp \dashv\vdash Es\bar{p},$$
$$Esp \dashv\vdash As\bar{p},$$
$$Isp \dashv\vdash Os\bar{p},$$
$$Osp \dashv\vdash Is\bar{p}.$$

Однако данные правила дедукции не являются аристотелевскими, поскольку предполагают иную, чем у него, семантику. Это

касается прежде всего вопроса о смысле использования знаков отрицания.

Если попытаться кратко описать современными средствами традиционный взгляд по данному поводу, то он может быть выражен следующим образом.

Возьмем некоторый непустой класс объектов U в качестве универсума рассуждения. Пусть далее на этом множестве будет задано некоторое свойство P, т. е., говоря экстенсионально, будет задан некоторый класс P. Тогда дополнение к этому классу (класс $U \setminus P$) традиционно обозначается двумя различными, но эквивалентными друг другу способами: «есть не-P» и «не есть P». В логике предикатов этому пониманию отрицания соответствует формула $\neg P(x)$, которая может читаться либо как «x не обладает свойством P», либо как «x обладает свойством не-P». Таким образом, как в современной логике, так и в традиционной имеют место эквивалентности:

$$\text{есть } P \dashv\vdash \text{не есть не-}P,$$
$$\text{есть не-}P \dashv\vdash \text{не есть } P,$$

что неизбежно ведет к особому способу разбиения всех высказываний на утвердительные и отрицательные. К утвердительным здесь должны быть отнесены высказывания с нулевым или четным числом знаков отрицания, стоящих перед связкой и предикатом. Например, высказывание «a не есть не-P» в силу отмеченной эквивалентности (двойное отрицание снимается) должно пониматься как утвердительное. Высказывания же вида «a не есть P» и «a есть не-P» должны быть отнесены к отрицательным, так как число знаков отрицания здесь нечетное. Все это означает, что в традиционной логике не различаются внешнее и внутреннее отрицания: отрицание перед связкой и отрицание перед предикатом (имеется в виду традиционное понимание предиката) считаются отрицаниями одного и того же типа. Поэтому в этой логике может быть построена такая цепочка эквивалентных выражений:

$$\neg(a \text{ есть } P) \dashv\vdash a \text{ не есть } P \dashv\vdash a \text{ есть не-}P,$$

когда отрицанием «a есть P» становится высказывание «a есть не-P».

Совершенно иную концепцию мы обнаруживаем у Аристотеля. В 46-й главе первой книги «Первой Аналитики» он ставит вопрос, имеют ли одинаковое значение выражения «не быть этим» и «быть не этим». Его ответ на этот вопрос таков: «быть не белым» и «не быть белым» — это не одно и то же. Такое различие указанных выражений оправдывается Аристотелем тем, что отрицанием предиката «есть P» должен быть предикат «не есть P», но никак не предикат «есть не-P». Подобная же позиция развивается им и в трактате «Об истолковании».

Принятая Аристотелем точка зрения ведет к отличной от традиционной трактовке отрицательных и утвердительных высказываний. Он полагает, что высказывательные формы «a есть P» и «a есть не-P» выражают утверждение, а высказывательные формы «a не есть P» и «a не есть не-P» выражают отрицания, считая, что вопрос, какие высказывания относить к утверждениям, а какие к отрицаниям, решается в зависимости от характера связки, т. е. является ли связкой «есть» или «не есть».

Эта концепция находит прямое подтверждение в принимаемой им интерпретации категорических высказываний. Действительно, поскольку, как доказывалось выше, аристотелевская силлогистика является неэкзистенциальной логикой, то универсумом рассуждения для него выступает нечто существенно отличное от того, что понимается под таковым в классической логике, а именно он должен содержать как область существующих объектов, так и не существующих (возможных) объектов.

Тогда предикат «есть не-P» является дополнением к предикату «есть P» не на всем универсуме, а лишь на области сущего, а предикат «не есть P» является дополнением к предикату «есть P» на всем универсуме. Данные семантические построения делают понятными те соображения, которые заставили Аристотеля принять выводимости лишь в одну сторону:

$$a \text{ есть } P \vdash a \text{ не есть не-}P,$$
$$a \text{ есть не-}P \vdash a \text{ не есть } P,$$

и отвергнуть выводимости в обратную сторону. Если говорить о превращении общих и частных высказываний, то согласно вышеприведенной схеме становятся оправданными лишь переходы от утвердительных (в смысле Аристотеля) высказываний к отрицательным, т. е.

$$Asp \vdash Es\bar{p},$$
$$As\bar{p} \vdash Esp,$$
$$Isp \vdash Os\bar{p},$$
$$Is\bar{p} \vdash Osp,$$

но никак не соответствующие переходы от отрицательных высказываний к утвердительным (см. [3, 20а 21—23]) [26].

[26] Как легко видеть, данная семантика полностью согласуется с отмеченной особенностью аристотелевских процедур оперирования высказываниями с отрицательными терминами. Однако у Аристотеля имеется еще одна концепция отрицания, состоящая в том, что с каждым предикатом он связывал некоторую область его применимости. Выход за рамки этой области делает предикаты «есть P» и «есть не-P» неосмысленными. На эту сторону дела указывает отношение Аристотеля к закону исключенного третьего, который, в противоположность закону противоречия $\neg(p \& \neg p)$, не рассматривался им как универсальный закон. Вернее, он принимал его условно — только тогда, когда в некотором универсуме «P» и «не-P» являются дополнениями друг друга (см. [3, 106b 3—12, 112а 24—30]). Мы не разбираем эту концепцию, так как, во-первых, вытекающие из нее следствия дают тот же класс дедуктивных принципов, что и разбираемая семантика, а во-вторых, эти две концепции нельзя чисто формально противопоставлять. Скорее всего, вторая концепция отрицания служила для Аристотеля дополнительным стимулом к принятию указанных им принципов превращения.

П. Том предлагает в качестве аксиоматизации негативной силлогистики систему CN, которая получается из системы C за счет следующих модификаций языка и правил вывода: к числу примитивных символов алфавита присоединяется знак термального отрицания ($^-$); вводится понятие терма, в соответствии с которым каждая отдельно стоящая именная переменная есть терм, и если α — терм, то и $\bar{\alpha}$ — тоже терм; понятие формулы меняется таким образом, что теперь на месте субъекта и предиката могут стоять не только переменные, но и термы; принимаются следующие два новых правила:

$$(\mathbf{DN})\ K(\alpha) \dashv\vdash K(\bar{\bar{\alpha}}),$$

где K — контекст языка, а α и $\bar{\bar{\alpha}}$ — произвольные термы, и

$$(\mathbf{U}_n)\ y = \mathbf{U}_{n\beta_1,\ldots,\beta_n}^{\alpha_1,\ldots,\alpha_n} x|.$$

В последнем правиле на «y», «x» и $\alpha_1, \ldots, \alpha_n$ накладываются те же условия, что и ранее в формулировке правила $\mathbf{U}$ (см. с. 62), а в качестве $\beta_1, \ldots, \beta_n$ теперь могут быть использованы произвольные термы.

Основными выводимостями в CN являются:

$$\frac{}{Es\bar{s}},\ \frac{Asp}{A\bar{s}p}... $$

Принимаются правила вывода **M**, **K**, **K***, **T**, **DN**, $\mathbf{U}_n$, а также обычные определения для E и O (см. [103, с. 122]).

Таким образом, в негативной силлогистике в качестве закона принимается нульпосылочный тезис $Es\bar{s}$. В позитивной силлогистике, как мы видели, нульпосылочных тезисов не было. Введение этого закона позволяет получить в CN принципы превращения как раз в аристотелевском смысле. Например, превращение для A выводимо так:

$$\mathbf{U}_n \frac{\dfrac{\overline{Es\bar{s}}}{Ep\bar{\bar{p}}} \quad Asp}{Es\bar{p}}\ Celarent$$

Но система CN является неполной. И дело не только в том, что у П. Тома отсутствуют правила утончения и сокращения, существенные для аристотелевской системы, но и в том, что в CN недоказуемы некоторые тезисы, которые должны иметь место в негативной силлогистике Аристотеля при данной ее интерпретации. Таковыми являются выводимости вида $Emp, Es\bar{m} \vdash Esp$ и $Emp, Asm \vdash As\bar{p}$. Поэтому мы предлагаем более адекватную аристотелевскому пониманию категорических высказываний систему ArN. Она получается из $1Ar$ путем изменений алфавита и понятия формулы, сделанных в духе описанных уже модификаций для системы CN. В качестве дедуктивных средств принимаются две схемы аксиом:

$$\vdash E\alpha\bar{\alpha} \quad \text{и} \quad \vdash O\alpha\bar{\alpha}.$$

Правилами вывода являются:

$$\frac{E\,\alpha\beta,\ A\,\gamma\alpha}{A\,\gamma\bar{\beta}},\quad \frac{E\,\alpha\beta,\ I\,\gamma\alpha}{I\,\gamma\bar{\beta}},\quad \frac{A\,\alpha\beta}{E\,\alpha\bar{\beta}},\quad \frac{I\,\alpha\beta}{A\,\alpha\alpha},$$

$$(\neg в)\ \frac{\neg B,\ B}{\neg Д},\quad (\neg и)\ \frac{\neg\neg B}{B},$$

где $Д$ — последняя гипотеза, а также правило двойного именного отрицания **DN**. Понятие вывода формулируется так же, как и для системы $1Ar$. Определения для E и O остаются прежними.

§ 7. СИНГУЛЯРНАЯ СИЛЛОГИСТИКА АРИСТОТЕЛЯ

Вопрос о сингулярной силлогистике Аристотеля был поставлен под сомнение Я. Лукасевичем, который вообще видел одно из коренных отличий традиционной логики от аристотелевской как раз в том, что в последней не рассматривались силлогизмы с единичными терминами. Основанием подобному мнению послужило для Лукасевича то рассуждение из «Первой Аналитики», где Аристотель дает классификацию терминов в связи с их сказыванием или не сказыванием друг о друге. Он пишет: «Из всего существующего иное таково, что оно не может истинно сказываться как общее о чем-либо другом, как, например, Клеон и Каллий и все единичное и чувственно воспринимаемое; но о них может сказываться остальное... Иное из существующего таково, что хотя само сказывается о другом и другое — о нем самом, как, например, «человек» — о Каллии, а «живое существо» — о человеке. Ясно, таким образом, что иное из существующего по своей природе таково, что не может о чем-либо сказываться, разве что привходящим образом. Говорим же мы иногда, что то бледное есть Сократ, а то, что идет [к нам], — Каллий» [3, 43а 25—35]. Заканчивается данный текст замечанием: «Рассуждения и исследования имеют своим предметом главным образом, пожалуй, это промежуточное» [3, 43а 45].

Исходя из этого места в «Аналитиках», Лукасевич полагал, что Аристотель отбросил единичные термины из числа возможных подстановок для именных переменных, так как они не могут быть предикатами истинных предложений. Для силлогистики же является существенным, чтобы один и тот же термин мог быть использован и как субъект, и как предикат (см. [30, с. 41]).

Я. Лукасевич, конечно, прав, утверждая, что, по мнению Аристотеля, единичные термины не могут появиться на месте предиката. Но отсюда вовсе не следует принципиальная невозможность сочетания силлогистики с единичными терминами. Напротив, из этого вытекает лишь необходимость в таком расширении силлогистики за счет введения единичных высказываний, чтобы сингулярные термины автоматически не попадали на места предикатов. Реализация данного условия не является тривиальной задачей и должна была, несомненно, потребовать от Аристотеля дополнительных усилий, ибо в рамках принятых им языковых средств добиться такого автоматизма достаточно сложно. Данное обстоятельство может объяснить, почему Аристотель не смог систематически проанализировать сингулярную силлогистику, однако это не означает, что он не видел имеющихся здесь возможностей или был принципиальным противником построения силлогизмов с единичными терминами, о чем можно судить и по той осторожности, с которой он высказывается на этот счет, вовсе не утверждая, что «промежуточное» является единственным предметом исследования, но лишь «главным образом, пожалуй», и, наконец, по тем конкретным примерам силлогизмов с единичными терминами, которые приводятся им.

Характерной в данном отношении является глава 33 первой книги «Первой Аналитики», где Аристотель рассматривает ошибки, происходящие от смешения утверждений «это присуще этому» и «это присуще всему этому», которые, как он говорит, «почти ничем не отличаются друг от друга» (см. [3, 47b 37—40]). Он разбирает некоторое рассуждение, имеющее вид силлогизма:

$$\frac{\begin{array}{l}\text{Мыслимый Аристомен существует всегда}\\ \text{Аристомен есть мыслимый Аристомен}\end{array}}{\text{Аристомен существует всегда}},$$

в котором обе посылки и заключение являются единичными высказываниями. Аристотель не принимает это рассуждение. По его мысли, «... чтобы получился силлогизм, следовало бы посылку АВ (первое высказывание. — *В. Б.*) взять общей», т. е. в форме «Всякий мыслимый Аристомен существует всегда». Отсюда ясно, во-первых, что Аристотель не признает выводы вида a есть P, b есть $a \vdash b$ есть P правомерными — ведь в таком случае во второй посылке на месте предиката стоял бы единичный термин, чего он не допускает. И поэтому, во-вторых, «чтобы получился силлогизм», он предлагает рассматривать термин «мыслимый Аристомен» не как единичный, а как общий, что сводит данное рассуждение к модусу *Barbara* с единичной меньшей посылкой и единичным заключением: «Всякий S есть P, b есть $S \vdash b$ есть P», в котором большая посылка ложна. Но тем самым Аристотель прямо принимает и оправдывает силлогизм с единичными терминами.

В этой же главе рассматривается и еще одно рассуждение с единичными терминами «Миккал» и «образованный Миккал». В ряде других мест «Аналитик» он несколько раз обращается к данного рода силлогизмам, привлекая такие единичные термины, как «эта самка мула», «война афинян с фиванцами», «война фиванцев с фокейцами», «эта женщина», «Питтак», «Луна» (см. [3, 67a 33—37, 68b 41—a11, 70a 14—33, 78b 4—10, 93a 30—b7]). Все это говорит о неслучайности его интереса к сингулярной силлогистике.

Что дело обстоит именно таким образом, а не иначе, на это указывает, по нашему мнению, широкое применение Аристотелем так называемого эктетического рассуждения, т. е. рассуждения посредством выделения (*ecthesis*). Оно состоит в том, что для доказательства целого ряда тезисов осуществляется выделение некоторой, как он выражается, «части» термина и делаются дальнейшие построения с учетом этой выделенной части. Так, используя при доказательстве E-конверсии ($Esp \vdash Eps$) эктезис, он рассуждает: «Если А не присуще ни одному Б, то и Б не будет присуще ни одному А. Ибо если бы Б было присуще какому-то [А], например, В, то было бы неправильно, что А не присуще ни одному Б, так как В есть какое-то Б» [3, 25a 15—18]. Структура этого доказательства такова:

1. EБА — посылка,
2. $\neg E$АБ — допущение,
3. IАБ — по логическому квадрату из 2,
4. AВБ
5. AВА } — эктезис из 3,
6. IБА — из 4 и 5 по *Darapti*,

что и приводит к противоречию между 1 и 6 и тем самым доказывает EАБ (формулы 4 и 5 получаются выделением из А части В, которая как раз и делает истинным высказывание 3).

Сложность в истолковании эктезиса состоит в следующем. Рассматривая модусы III фигуры, Аристотель обосновывает правомерность модуса *Darapti*, который мы использовали в приведенном только что доказательстве, тремя способами: (1) сведением его к модусу *Darii* через A-конверсию, (2) посредством приведения к невозможному через модус *Celarent*, (3) посредством эктезиса. Способ обоснования *Darapti* через приведение к невозможному не вызывает никаких сомнений, что же касается (1) и (3) способов, то здесь возникают трудности.

Если принять обоснования *Darapti* методом (1), то оказывается, что он опирается на A-конверсию, которая сама доказывается с помощью E-конверсии, а это неизбежно приводит к кругу в доказательстве: E-конверсия обосновывается через *Darapti*, а *Darapti* через E-конверсию. Поэтому многие комментаторы Аристотеля рассматривали доказательство в «Аналитиках» E-конверсии как чисто педагогический прием, который

на самом деле ничего не доказывает, и принимали E-конверсию аксиоматически.

Иначе подходит к этому вопросу Я. Лукасевич, который считал, что E-конверсию можно доказать через эктезис, если принять понимание частноутвердительного высказывания Isp как удовлетворяющего эквивалентности $Isp \equiv \exists m(Ams \& Amp)$ (см. [30, § 19]), где m — подкласс, полностью включающийся в классы s и p. Но такая точка зрения вновь ведет к трудностям, связанным теперь с обоснованием модуса *Darapti* через эктезис.

Действительно, доказывая *Darapti* методом (3), Аристотель пишет: «Если оба термина (П и Р. — В. Б.) присущи всем С, то, если взять какое-то С, например Н, ему будет присуще и П и Р, а потому П будет присуще некоторым Р» [3, 28a 25—27]. Структура этого рассуждения, если принять версию эктезиса, предложенную Лукасевичем, должна быть тогда такова: так как

$$\text{если}\ \frac{\begin{matrix}\text{Всякий Н есть П}\\ \text{Всякий Н есть Р}\end{matrix}}{\text{Некоторый Р есть П}}\quad \text{и}\quad H \subseteq C,\ \text{то}\ \frac{\begin{matrix}\text{Всякий С есть П}\\ \text{Всякий С есть Р}\end{matrix}}{\text{Некоторый Р есть П}}$$

а следовательно, мы опять попадаем в порочный круг — ведь модус *Darapti* в этом случае доказывался бы через модус *Darapti*. Кроме того, как справедливо отмечает П. Том, подход Лукасевича обязывает нас перейти в анализе силлогистики к второпорядковой логике, что неестественно.

Наиболее простое решение, которое снимает возникшие вопросы, вытекает непосредственно из предполагаемой Аристотелем интерпретации. Иначе говоря, смысл эктезиса состоит вовсе не в том, что частноутвердительное высказывание определяется во второпорядковой логике методом Лукасевича, а в том, что принимается семантическое условие истинности высказываний типа I:

$$Isp \underset{Df}{\Leftrightarrow} \exists x\,(S(x) \& P(x)).$$

Это понимание эктезиса вновь предполагает единичные термины, т. е. при истинности Isp обязательно должен найтись такой сингулярный термин «a», что будет верно «a есть S» и «a есть P», или:

$$\frac{Isp}{a\ \text{есть}\ P\ \&\ a\ \text{есть}\ S}, \quad \frac{a\ \text{есть}\ P,\ a\ \text{есть}\ S}{Isp}.$$

В этом случае никаких кругов в доказательстве E-конверсии и *Darapti* нет. Обоснование E-конверсии, например, основывается теперь вовсе не на модусе *Darapti*, что было первоначально предположено, а на основе принятой семантики. Со своей стороны, модус *Darapti* тоже доказывается посредством выделения индивида, а не подкласса, а потому и здесь нет никакого круга.

Итак, в основе семантики Аристотеля лежит представление о классах как совокупности индивидов. Все это дает достаточную информацию, чтобы построить сингулярную силлогистику в духе Аристотеля, не нарушая его логических воззрений на сингулярные термины. Однако в рамках языка силлогистики весьма трудно добиться автоматического выполнения всех ограничительных принципов его сингулярной силлогистики. Для решения этой задачи, по нашему мнению, следует строить специальный язык, близкий к языку стандартного исчисления предикатов, где все отмеченные выше ограничения выполняются автоматически. Так как в наши намерения не входит описание такого языка, мы отсылаем за информацией по этому вопросу к [11] и [14].

Глава третья

НЕАРИСТОТЕЛЕВСКИЕ СИЛЛОГИСТИКИ

§ 1. КРАТКИЙ ОБЗОР НЕАРИСТОТЕЛЕВСКИХ СИЛЛОГИСТИЧЕСКИХ ТЕОРИЙ

В предыдущей главе была предпринята попытка обосновать тезис, согласно которому аристотелевское понимание силлогизма базировалось на определенном семантическом истолковании категорических высказываний. Специфика этого истолкования состоит в том, что условие о непустоте терминов (субъектов) накладывается только на утвердительные высказывания и не накладывается на отрицательные. В этом случае удается оправдать все принципы, которые принимались Аристотелем, и отбросить то, что он не принимал. Но рассмотренная семантика не является единственно возможным способом истолкования категорических высказываний. Именно эту сторону дела хотелось бы особо подчеркнуть перед тем, как приступить к рассмотрению других вариантов силлогистических теорий, изложение которых удобнее всего было бы начать с так называемой фундаментальной силлогистики [1].

Все особенности данной системы, как и любой другой, определяются условиями истинности для категорических высказываний. В фундаментальной силлогистике принимаются следующие определения:

$$
\begin{aligned}
Asp &\Leftrightarrow \forall x(S(x) \supset P(x)),\\
Esp &\Leftrightarrow \forall x(S(x) \supset \neg P(x)),\\
Isp &\Leftrightarrow \exists x(S(x) \,\&\, P(x)),\\
Osp &\Leftrightarrow \exists x(S(x) \,\&\, \neg P(x)),
\end{aligned}
$$

или алгебраически:

$$
\begin{aligned}
Asp &\Leftrightarrow s \cap p = s - \{1, 2, 4, 5, 8, 9, 11\},\\
Esp &\Leftrightarrow s \cap p = 0 - \{1-3, 5, 6, 12, 14\},\\
Isp &\Leftrightarrow s \cap p > 0 - \{4, 7-11, 13, 15\},\\
Osp &\Leftrightarrow s \cap p < s - \{3, 6, 7, 10, 12-15\}.
\end{aligned}
$$

Такая трактовка категорических высказываний является характерной для многих исследователей постсхоластического периода. В частности, в наиболее последовательной форме она была представлена уже в работах Лейбница [2], который определял силлогистические высказывания следующим образом:

[1] Данная терминология берет начало от де Моргана, который назвал фундаментальными силлогизмами те из них, в которых посылки не являются более сильными, чем это требуется для заключения.

[2] Излагается по работе Стяжкина (см. [47, с. 235]).

Относительная простота и элегантность силлогистики среди других известных на сегодняшний день дедуктивных теорий делают ее удобным средством приобщения людей к элементарной логической культуре, позволяют познакомиться с основными логическими идеями, результатами и техникой вывода. Рассматриваемая в этом аспекте силлогистика, в отличие, например, от такого раздела современной логики, как исчисление предикатов первого порядка, почти не требует специально построенного искусственного языка. Ее положения могут формулироваться естественным образом, практически на обычном разговорном языке. К тому же она имеет достаточно прозрачную семантику и простые приемы для различения правильных и неправильных способов рассуждения. Однако не следует эту чисто практическую (прагматическую) простоту смешивать с весьма сложной проблематикой, возникающей при теоретическом исследовании силлогистики.

Совершенно ясно также, что то уникальное место в логике, которое, как уже отмечалось, заняла силлогистика, должно было сказаться и на разработке философских проблем. Значение силлогистики в этой области особенно велико, так как, оставаясь в течение долгого времени единственным известным аппаратом дедукции, она во многом предопределяла характер и направленность теоретико-познавательных исследований. Например, такие хорошо известные в истории философии антитезы, как «содержательное и формальное», «дискурсивное и чувственное», «рациональное и иррациональное», «интуитивное и рассудочное», всегда обсуждались с учетом гносеологического материала, фиксированного силлогистикой, которая выступала в качестве конкретного примера одной из сторон указанных противоположностей. Поэтому она была не только теорией дедукции, но и выполняла кардинальную объяснительную функцию при решении гносеологических проблем.

И, наконец, не следует преуменьшать ту роль, которую может иметь силлогистика для развития логических исследований. Вопрос этот достаточно сложен и неоднозначен, его детальное обсуждение возможно только в последующих главах данной работы, но тем не менее уже сейчас хотелось бы сделать некоторые замечания. На первый взгляд построение современных теорий дедукции, таких, например, как исчисление предикатов, полностью лишает силлогистику ее научного значения. С этой точки зрения она кажется элементарной, школьной дисциплиной, пригодной только для обыденного мышления. Однако такое суждение является, по нашему мнению, поспешным и не соответствует реальному положению дел, поскольку интерес к ней в последнее время явно возрастает. Думается, что решающее значение здесь имеют следующие моменты.

Во-первых, какие бы теории логик ни строил, в конечном итоге он всегда имеет дело с некоторыми основными типами

выражений, взятыми из естественного языка. В силлогистике и классическом исчислении предикатов таковыми являются выражения (высказывания) вида «Все S суть P», «Некоторые S суть P» и т. п. Строя формальный аппарат, мы обязательно наделяем эти выражения тем или иным смыслом, так как понятие вывода должно быть согласовано с соответствующей интерпретацией. Например, в исчислении предикатов первое высказывание может быть истолковано и истолковывается неэкзистенциально (будет считаться истинным даже при пустом субъекте), в то время как второе понимается экзистенциально (не будет считаться истинным при пустом субъекте). Эти трактовки настолько прочно вошли в плоть современной логики, что кажутся чем-то само собой разумеющимся, против чего и спорить-то неразумно. Тем не менее указанные понимания выражений «Все S суть P», «Некоторые S суть P» не являются единственными — существует целый спектр иных трактовок таких высказываний. Значительную роль в четком осознании данного факта сыграли именно исследования по силлогистике, где идея множественности интерпретаций стала господствующей. Все это способствовало уяснению того обстоятельства, что в зависимости от принимаемой интерпретации высказываний существует значительное количество различных силлогистических теорий, среди которых силлогистика Аристотеля является лишь одной из возможных систем.

Во-вторых, что касается собственно силлогистики Аристотеля, то система эта во многих аспектах остается загадочным явлением и для современной логики. Осуществляющиеся на протяжении долгого времени многочисленные попытки применить к ней новые методы исследования терпели в определенном смысле провал. Так, уже работы Г. Лейбница выявили расхождение между аппаратом классической теории дедукции, на котором основывается современная логика, и силлогистикой. Этот результат был подтвержден и другими исследователями. Иначе говоря, силлогистику Аристотеля не удавалось соотнести с другими известными системами, выяснить их взаимоотношение. Это, естественно, вызывает постоянный интерес ученых, заставляет их снова и снова задумываться над вопросом, что собственно представляет собой силлогизм. Пожалуй, наиболее радикальную и, как сейчас представляется, не вполне правильную позицию занял по этому вопросу Я. Лукасевич [30], который просто объявил аристотелевскую силлогистику специфической теорией, никоим образом не сводимой к другим теориям. В настоящее время можно достаточно корректно показать, что расхождение между аппаратом современной логики и силлогистикой основано на неадекватном понимании последней.

Обратим внимание читателей еще на один важный момент. Довольно часто от людей, круг знаний которых по логике ограничивается содержанием традиционных курсов, приходится слышать, что «исчисленческий» характер современного этапа развития логики, когда решение задач осуществляется методом построения формализованных систем, является совершенно чуждым старой логике, ее природе и реальному содержанию. Создание новых искусственных языков, построение исчислений воспринимается многими как новация, которая выходит за рамки всего, что имело место в логике до сих пор. В действительности же дело обстоит прямо противоположным образом. Само рождение логики как науки было ознаменовано построением первого формализованного исчисления — силлогистики [2]. Исчисленческий характер носила и система логики высказываний, построенная в стоико-мегарской школе. Поэтому данная особенность, свойственная современному этапу развития логики, не есть нечто чуждое ей вообще. Напротив, логика наших дней потому и смогла подняться на новый уровень своего развития, что в нее вновь вошли такие методы, как формализация и аксиоматизация.

В данной работе термины «силлогистика» и «силлогизм» будут употребляться в более узком смысле, чем обычно принято. Так, уже самим Аристотелем были построены две системы силлогистики — модальная и ассерторическая. Темой данной работы является анализ ассерторической силлогистики, за рамки которой не предполагается выходить. Это естественно влечет за собой ограниченное использование указанных терминов, хотя мы считаем вполне законным их употребление для модальной системы Аристотеля или других модальных систем, строящихся в аристотелевском духе. С другой стороны, в учебниках по традиционной логике термин «силлогизм» часто употребляется для обозначения таких приемов рассуждения, которые в настоящее время вошли в общее учение о логике высказываний. Например, пишется и говорится о так называемых условно-категорических, разделительно-категорических силлогизмах и т. д. Подобное употребление, думается, нежелательно, хотя вопрос о том, чем и что обозначать, является условным. Тем не менее подчеркнем, что в данной работе термины «силлогизм» и «силлогистика» будут использоваться только к системам аристотелевского типа, т. е. системам, в которых анализируются высказывания по крайней мере следующих четырех типов: «Все S суть P», «Все S не суть P», «Некоторые S суть P», «Некоторые S не суть P».

В дальнейшем употребление терминов будет регулироваться следующими принципами:

[2] Термин «силлогизм» (от греч. συλλογίζομαι — рассчитываю, считаю) может быть переведен на русский язык как «вычисление». Соответственно, термин «силлогистика» может трактоваться как однозначный, синонимичный русскому слову «исчисление». Не желая каким-либо образом модернизировать концепцию Аристотеля и ставить знак равенства между трактовкой Стагирита и современным пониманием смысла термина «исчисление», нельзя все же не обратить внимания на эту синонимию, сам факт которой не является, видимо, случайным.

— система, в которой допускается использование лишь положительных терминов, т. е. терминов, не начинающихся с отрицательной частицы «не», будет называться *позитивной силлогистикой;*

— система, в которой разрешено использовать единичные термины, будет называться *сингулярной силлогистикой*;

— система, в которой допускается использование не только положительных, но и отрицательных терминов, будет называться *негативной силлогистикой*;

— система со сложными терминами, образуемыми из простых с помощью операций булевой алгебры, будет называться *расширенной силлогистикой*;

— система, в которой на все термины накладывается ограничение, согласно которому они не могут быть пустыми по объему, будет называться *экзистенциальной силлогистикой;*

— система, в которой не накладывается никаких ограничений на непустоту терминов, будет называться *неэкзистенциальной силлогистикой.*

В Корпусе сочинений Аристотеля, впервые собранном Андроником Родосским, логические труды были объединены общим названием *Organika biblia.* Позже эта часть Корпуса стала называться просто «Органон». В нее вошли следующие трактаты: «Аналитики» («Первая Аналитика», книги первая и вторая; «Вторая Аналитика», книги первая и вторая), «Категории», «Об истолковании», «Топика», «О софистических опровержениях». Для нашей темы наибольшее значение имеет книга первая «Первой Аналитики». Именно в этом сочинении осуществляется развернутое описание силлогистики как дедуктивной теории. Остальные три книги «Аналитик» посвящены обсуждению различных методологических проблем, встающих в связи с уже построенной теорией логической дедукции, вопросам ее практического и теоретического применения. Однако, поскольку в этих трех книгах трактата содержатся важные моменты, имеющие отношение к пониманию самой силлогистики, мы для анализа системы Стагирита будем широко привлекать и эти источники.

Тексты Аристотеля цитируются в основном по последнему четырехтомному изданию его переводов на русский язык, осуществленному издательством «Мысль» [3], за исключением некоторых случаев, когда будет привлекаться перевод обеих «Аналитик» Б. А. Фохта [4].

Различного рода справочный материал по истории обсуждаемых вопросов был почерпнут из работ И. М. Бохеньского [65], В. Нила и М. Нил [82], А. Прайера [95], П. Тома [103], Н. И. Стяжкина [46], [47], А. О. Маковельского [31]. Большое влияние на содержание данного исследования оказали также работы Я. Лукасевича [30], Т. Смайли [99], Дж. Коркорана [72], П. Тома [103], А. С. Ахманова [6], А. Л. Субботина [49], [51], Е. К. Войшвилло [15], В. А. Смирнова [41], [43], [44].

Глава первая

ТРАДИЦИОННАЯ СИЛЛОГИСТИКА

§ 1. КРАТКИЙ ИСТОРИЧЕСКИЙ ОЧЕРК

К настоящему времени число работ, в которых затрагиваются проблемы, в той или иной мере связанные с силлогистическими способами рассуждения, практически трудно обозримо. Поэтому можно установить только общую периодизацию этих исследований, указать наиболее характерные черты каждого из периодов и осуществить лишь самый беглый обзор персоналий.

Анализ ассерторической силлогистики, обогащение ее новыми идеями и концепциями начался сразу же после создания самой этой системы. Так, уже непосредственные ученики Аристотеля — Теофраст (371—288 гг. до н. э.) и Эвдем Родосский (акмэ ок. 320 г. до н. э.) — в отчетливой форме поставили вопрос о необходимости помещения среди модусов первой фигуры правильных силлогизмов, которые позднее были выделены в самостоятельную четвертую фигуру. Теофрасту принадлежит также заслуга более детальной разработки проблем, связанных с анализом негативной силлогистики. К сожалению, до нас дошло мало сведений о характере исследований в области ассерторической силлогистики, проводившихся в первые века существования школы перипатетиков, но общая направленность их изысканий понятна. Добавления и поправки, которые вносились в ассерторическую силлогистику перипатетиками, по мнению А. О. Маковельского, придавали в целом «логике Аристотеля характер, приближающий ее к последующей формальной логике» [31, с. 172]. Исходя из материала, которым располагает современная наука, это положение представляется достаточно обоснованным.

Следующий этап в исследовании силлогистики начинается с деятельности Андроника Родосского (I в. до н. э.), который осуществил издание всех сочинений Аристотеля. Уже само по себе это было достаточно важным событием, так как оно позволило приступить к детальному изучению и комментированию трудов Стагирита. Известно, например, что Андроник Родосский дал первый комментарий как к философским, так и к логическим трактатам Аристотеля. Эта работа была затем продолжена Боэтом Сидонским, учеником Андроника, и многими другими.

Вообще, весь период с I в. до н. э. и до того времени, когда в середине XII в. н. э. были сделаны переводы логических

работ Аристотеля на латинский язык и западноевропейские мыслители смогли впервые познакомиться в полном объеме с этой частью наследия Стагирита, можно охарактеризовать как «период комментаторов». Это, конечно, не означает, что в данный период не появлялись оригинальные исследования по логике или что в более позднее время не комментировались труды Аристотеля. Характеризуя данный этап как «период комментаторов», мы хотели лишь подчеркнуть, что указанный способ анализа трудов Аристотеля, и в частности его логических произведений (силлогистики), был господствующим.

Одним из видных представителей многочисленной плеяды комментаторов являлся Александр Афродизийский (II—III вв. н. э.). Значение его исследований текстов Аристотеля не случайно было особо подчеркнуто Я. Лукасевичем [30, с. 28], ибо сама трактовка аристотелевской силлогистики последним в значительной мере основана на некритическом отношении к трудам Александра Афродизийского. Дело заключается в том, что Александр — несомненно один из крупнейших ученых своего времени — при написании комментариев опирался на достижения не только перипатетической школы, но и школ стоиков и мегариков. В частности, это касается результатов, относящихся к сфере логики высказываний, которую он стремился согласовать со взглядами самого Аристотеля, внося тем самым в трактовку силлогистики элементы, по сути дела чуждые создателю этой системы. Например, именно у него мы впервые находим упоминание о так называемом законе силлогистического тождества — «Все S суть S».

В III в. н. э. жили и два других крупных исследователя Аристотеля — Апулей из Мадаура (род. ок. 125 г.) и Гален (род. ок. 131 г. — ум. ок. 200 г.). Первый разрабатывал вопросы, связанные с негативной силлогистикой, второму же приписывается выделение четвертой фигуры в самостоятельную. Филопону (VI в. н. э.) принадлежит введение круговых схем для изображения отношений между терминами категорических высказываний, которые сейчас известны как круги Эйлера. Боэций (480—524) ввел в обиход ставшие теперь общепринятыми термины *«affirmo»*, *«nego»*, «бóльшая посылка», «меньшая посылка», использующиеся для обозначения категорических высказываний, составляющих категорический силлогизм.

Большое значение в изучении силлогистики играли комментарии логических работ Аристотеля арабоязычными философами — Аль-Фараби (870—950), Авиценной (род. ок. 980—1037) и особенно Аверроэсом (1126—1198). Комментарии последнего, выполненные с глубоким пониманием замыслов Аристотеля, пользовались особой популярностью в средневековой Европе.

Наконец, отметим, что одним из крупнейших комментаторов логики Аристотеля был византийский ученый Михаил Псёлл (1018—1096). Ему принадлежит «Обзор логики Аристотеля», ставший известным в Европе, видимо, уже в XIII в. под названием «Синопсис», где излагалось содержание логических сочинений Стагирита. Он же впервые ввел буквенные обозначения для категорических высказываний (α), (ι), (ε), (ο).

Переломным в изучении философских и логических сочинений Аристотеля явился в определенной степени XII век. Развернувшиеся в рамках схоластического богословия бурные диспуты по ряду проблем теологии и философии вызвали потребность в более детальном обосновании исходных положений развиваемых концепций, а также необходимость обоснования используемых методов рассуждения. Иначе говоря, в это время наиболее актуальными стали различного рода проблемы теории аргументации. Это явилось не последним стимулом, способствовавшим появлению в XII в. переводов на латинский язык таких произведений Стагирита, как «Аналитики», «Топика», «О софистических опровержениях», а также «Метафизики».

В XII в. аристотелизм как особым образом, в соответствии с догматами христианского вероучения, проинтерпретированное учение Аристотеля явно оттеснил христианский догматизм платоновского толка. Этим, по-видимому, и объясняется тот факт, что период с середины XII в. и вплоть до начала XV в., т. е. до того времени, когда под натиском требований и запросов нарождавшихся новых общественных отношений схоластика постепенно сошла с исторической арены, был одним из самых плодотворных в исследовании философии Аристотеля и его силлогистики в частности.

На протяжении долгого времени особой популярностью пользовалось руководство по логике, написанное видным схоластом Петром Испанским (1210—1277) и называвшееся «Малая логическая сумма» (*Summulae logicales*). В этой работе Петра Испанского, выдержавшей уже в течение первого полувека после изобретения книгопечатания 48 изданий, а также в работе его предшественника Уильяма Шервуда (ум. в 1249 г.) содержатся названия для правильных модусов силлогистики (*Barbara, Celarent* и др.) и даются специальные стихотворные формы, облегчающие их запоминание. Уильям Шервуд использовал в качестве мнемонического средства так называемый «логический квадрат».

Среди других исследователей этого периода, занимавшихся силлогистикой, следует отметить Альберта Саксонского (1316—1390), Уильяма Оккама (ум. ок. 1347 г.), Петра Мантуанского (XIV в.), Жана Буридана (1300—1358), Псевдо-Скота (анонимного автора XIV в.). Они в различных аспектах уточнили, детализировали и развили теорию силлогистического вывода.

Но, как уже говорилось, начиная с XV в. схоластика утрачивает свое значение. Новое время выдвигает на первый план задачу обоснования опытного знания. Для решения данной проблемы даже самое скрупулезное исследование мировоззренческих концепций Аристотеля или Платона не могло дать требуемых результатов. Накопленный в схоластике огромный исследовательский материал в области логики и семантики оказался как бы излишним, а потому был безжалостно отброшен. На смену герменевтике пришли новые исследовательские приемы, связанные с экспериментальным познанием природы.

В развернувшейся идейной борьбе учение Аристотеля, приспособленное богословами для решения религиозно-идеологических задач, объективно оказалось препятствием на пути научного прогресса. Отвергая Аристотеля с тонзурой, поскольку, как говорил В. И. Ленин, «поповщина убила в Аристотеле живое и увековечила мертвое» [2, с. 325], большинство прогрессивных для того времени исследователей не задумывались над вопросом, виноват ли сам Аристотель в том, что его имя и идеи на протяжении веков служили гонителям научного познания. Ситуация объективно была такова, что всякое реформаторское движение, касалось ли оно чисто религиозных вопросов, или было связано с построением научных систем, выработкой нового представления об устройстве мира, неизбежно сталкивалось с освещенными традицией положениями Аристотеля. Все это вызывало у представителей новой науки негативное отношение к самому Стагириту и его идеям. А. О. Маковельский так описывает эту общую неприязнь к греческому философу: «Поход против Аристотеля объединяет в эпоху Возрождения представителей самых различных направлений. Скептик Монтень называет Аристотеля царем догматиков и схоластиков и оценивает все его учения как несостоятельные. Петр Рамус защищает тезис: «Все, что сказал Аристотель, ложно»» [31, с. 305]. Разумеется, такое отношение к философским и естественнонаучным построениям Стагирита отрицательно отразилось и на отношении к его логическим теориям. Именно в этот период практически пропадает интерес к силлогистике Аристотеля. Насколько разрушительной была критика схоластики и приравниваемой к ней логики в эпоху Возрождения, можно судить хотя бы по такому факту: в 1907 г. проф. Г. Челпанов был вынужден в предисловии к своему учебнику по логике для гимназий специально оговориться, имея в виду «представления современного читателя», что силлогистика и схоластика — разные вещи (см. [56]).

Для нас, людей, далеко отстоящих от событий XV—XVIII вв., драматизм идейной борьбы того времени представляется уже несколько по-иному. Мы можем объективно, с высоты, так сказать, своего положения судить о значимости имевших место явлений, оценивать более глубоко достигнутые результаты. Сейчас совершенно очевидно, что, в каких бы реакционно-клерикальных целях не использовалось имя Аристотеля, сам он навсегда останется одним из величайших умов человечества, а построенная им теория дедукции имеет непреходящее и выдающееся значение. Ясно также и то, что описываемый период был тем не менее весьма плодотворным и полученные схоластами результаты в области логики еще долго будут привлекать, а зачастую и удивлять исследователей. Конечно, борясь против засилья богословия, или, как говорил К. Маркс, «монополии церкви на духовное производство», [1, с. 360], ученые-гуманисты были конкретно-исторически правы в общем и самом главном. Но как не раз случалось в истории науки, решая сиюминутные задачи, они упускали из виду многие позитивные моменты в концепциях, подвергавшихся ими критике. Именно такова была судьба логического наследия Аристотеля, в изучении которого после схоластики наступает длительный период застоя.

Следующий этап в развитии логической мысли, длившийся от эпохи Возрождения до середины XIX в., характеризуется несколькими примечательными моментами, порой неожиданно и даже противоречиво сказавшимися на судьбе силлогистики. Прежде всего следует отметить, что это был период логического «безвременья», поскольку старая логика, отождествленная со схоластикой, отрицалась, а новая еще не была развита. Собственно говоря, силлогистика по-прежнему входила в содержание учебников по логике, но в урезанном и трансформированном виде. О ней, казалось бы, много рассуждали, но, как это ни странно, подобные рассуждения вовсе не были направлены на исследование собственно аристотелевской силлогистики. Более того, было утеряно и забыто адекватное представление о логике Аристотеля, а все, что о ней писалось, правильно было бы охарактеризовать как «миф о силлогизме».

Общая тенденция в философии этого времени состояла не в сохранении, закреплении и развитии уже имевшихся логических знаний, а в попытках выработать и систематизировать новую методологию научного познания, привлечь новые логические концепции и идеи. Этот поиск проходил в двух направлениях. С одной стороны, он привел к формированию в работах И. Канта и Г. Гегеля концепции диалектической логики, которая нашла свое наиболее полное воплощение в материалистической диалектике К. Маркса и Ф. Энгельса. С другой стороны, поиск новой логики (и это особенно существенно для нашей темы) привел к построению появившейся в середине XIX в. символической логики.

Исследование логических концепций, отличных от силлогистики, велось на протяжении всей истории логики. С этой точки зрения можно оценивать и работы стоико-мегарской школы, и авторов поздней античности, и многочисленные работы схоластов по теории логического вывода. Тем не менее, несмотря на высокий уровень логической образованности схоластов, им так и не удалось создать новое логическое учение, и это не было случайным. Пожалуй, самым большим недостатком средневековой логики было полное забвение одного из основополагающих логических методов познания — метода

построения формальных систем. В этот период ярко проявлялся разрыв между глубиной и детальностью семантического анализа целого ряда проблем и их слабым синтаксическим оформлением.

Однако проявление интереса к синтаксическим проблемам логики все же можно заметить и в средние века. Первые наметки этого интереса обнаруживаются уже в «великом искусстве» Раймонда Луллия (1235—1315), но в наиболее четкой форме он проявился у Г. Лейбница (1646—1716), который мечтал о создании такого универсального логического языка («всеобщая характеристика»), с помощью которого можно было бы при помощи простых формальных вычислительных операций, заменяющих содержательные рассуждения, решать любые научные и философские задачи. И хотя эта программа не была реализована и, как было строго показано позднее, не могла быть реализована в принципе, уже ее постановка и первые шаги, предпринятые в этом направлении Г. Лейбницем, безусловно стимулировали интерес к соответствующим проблемам.

Именно в этот период в научный обиход вводятся силлогистические теории, отличные от аристотелевской. Причина подобной ситуации достаточно прозрачна. Создатели новой логики всегда пытались сравнить строившиеся новые теории дедукции с чем-то уже хорошо известным. Отсюда попытки применить новые идеи и новый аппарат к анализу силлогистики, что приводило к появлению новых силлогистических теорий. Все это, как теперь понятно, не могло не способствовать развитию общего учения о силлогизме, но в то же время служило зачастую и источником заблуждения, так как исследователи в подавляющем большинстве случаев были склонны отождествлять вновь строящиеся системы с логикой Аристотеля.

Первая хорошо аргументированная система силлогистики, отличная от силлогистики Аристотеля, была предложена Г. Лейбницем. Основные идеи, заложенные в этой системе, в дальнейшем неоднократно повторялись различными исследователями. Укажем в связи с этим на работы де Моргана [73], Ф. Брентано [68], Ч. Пирса [91], Б. Рассела [111], Д. Гильберта [16]. Усилиями этих логиков и философов была создана современная символическая логика. Характерные черты новых формализмов (исчислений высказываний и предикатов, булевой алгебры и т. д.) порождали особую трактовку общих и частных высказываний, которую исследователи пытались перенести в силлогистику. Под влиянием указанных работ складывается и на долгое время становится общепринятым взгляд, что аристотелевская силлогистика имеет дело только с непустыми терминами. Этот взгляд прочно укоренился в сознании современных логиков. В дальнейшем силлогистическую теорию подобного типа мы будем, следуя П. Тому (см.: [103, с. 112]), обозначать термином «фундаментальная силлогистика».

Иная силлогистическая система была детально разработана Б. Больцано [67]. Любопытная силлогистическая система, в которой реализовались специфические интуиции о смысле общих и частных высказываний, была предложена Л. Кэрролом [26]. Еще одна интересная, но, к сожалению, мало исследованная, система была сформулирована М. В. Ломоносовым [29]. В XIX в. в связи с возникновением символической логики и разделением проблем старой и новой логики осуществляется окончательное оформление той области логической теории, которую теперь принято называть традиционной логикой. Происходят унификация и стандартизация учебной литературы по традиционной логике, а также канонизируется изложение теории силлогизма. В силу этого можно говорить о возникновении традиционной силлогистики, которая, как и иные силлогистические теории, обладает рядом специфических свойств. В XX в. работа по созданию новых силлогистических систем не была прекращена и их число достаточно велико.

Возрождение интереса к анализу подлинного логического учения Аристотеля началось в середине XIX в. Исследованием его наследия (в том числе и логического) занялись в первую очередь историки философии, а не логики. Среди них, например, работы таких авторов, как К. Прантль [94] и Г. Майер [85], и по сей день служат прекрасным источником сведений по силлогистике. Но полноценное изучение логики Аристотеля началось лишь с появлением книги Я. Лукасевича «Аристотелевская силлогистика с точки зрения современной формальной логики».

Оценивая в самом общем виде эту работу Лукасевича, нельзя не заметить, что он все еще находился под влиянием сложившихся к тому времени мифов относительно аристотелевской силлогистики, да и сам оказался авторитетным источником мифотворчества. И все же именно Лукасевич является первым современным логиком, серьезно отнесшимся к «Аналитикам», детально изучившим сам трактат, а не его переложения. Проделанная Лукасевичем работа должна быть оценена в высшей степени положительно с учетом ее этапного характера. Она способствовала привлечению к этой тематике новых логических сил и дала образец современного способа анализа аристотелевской силлогистики.

Первые шаги, предпринятые в этом направлении после Лукасевича, позволили по-новому поставить ряд проблем, связанных с силлогистикой Аристотеля. Большое значение здесь сыграли работы Дж. Коркорана [71], [72], который выступил с критикой позиции Я. Лукасевича. Существенна также роль работ Т. Смайли [99], [100] по вопросу о понимании силлогизма, Б. Иванузя [77], [78] и ряда других исследователей. Наконец, особо следует указать на глубокую разработку всего комплекса проблем силлогистического вывода, осуществленную П. Томом [103].

В это же время и в нашей стране наметилось явное повышение интереса к логическому наследию Аристотеля. В 1960 г. вышло в свет прекрасное исследование А. С. Ахманова. Большой вклад в исследование силлогистических теорий внесли В. А. Смирнов, опубликовавший несколько статей на эту тему, и А. Л. Субботин, две монографии которого по формальным аспектам силлогистики до сих пор остаются лучшими в советской литературе. Интересный вариант силлогистики был предложен Е. К. Войшвилло [14]. Укажем также на работы Р. З. Джиджяна [20], В. И. Маркина [32] и В. М. Попова [36]. Для дальнейшего изучения логики Стагирита в нашей стране неоценимое значение имеет первое полное издание логических трудов философа с комментариями З. Н. Микеладзе, осуществленное издательством «Мысль».

§ 2. ВЫРАЖЕНИЕ СИЛЛОГИСТИЧЕСКИХ ПРЕДЛОЖЕНИЙ В ТРАДИЦИОННОЙ СИЛЛОГИСТИКЕ

Конкретный анализ силлогистических теорий удобнее начать с традиционной силлогистики. Во-первых, данная система в некотором унифицированном виде приводится в любом «школьном» учебнике логики. Во-вторых, это позволяет дать самое общее описание характерных свойств силлогистики вообще, не обращаясь к разбору различных толкований данной теории. В-третьих, традиционная силлогистика содержит в себе все необходимые компоненты, на основе которых затем без существенных натяжек можно перейти к анализу других силлогистических теорий. В-четвертых, это делает возможным уточнение целого ряда деталей, необходимых для анализа силлогистических теорий и обычно отсутствующих в учебниках по традиционной логике. Иначе говоря, обращение к традиционной силлогистике позволяет выработать и представить в явной форме тот методологический и логический аппарат, который затем будет использоваться при анализе других силлогистических систем.

Любая теория ассерторического силлогизма касается исследования логики, заданной на области атрибутивных ассерторических высказываний [1], которые, следуя традиции, будем называть *категорическими высказываниями.* В обычной формулировке эти высказывания по своим логическим формам подразделяются на следующие типы:

Все S суть P — общеутвердительное,
Ни одно S не есть P — общеотрицательное,
Некоторые S суть P — частноутвердительное,

[1] Термины «высказывание» и «предложение» в данной работе употребляются как синонимы, поскольку проводимое обычно в семантике их различение не будет здесь иметь существенного значения.

Некоторые S не суть P — частноотрицательное,
S суть P — неопределенноутвердительное,
S не суть P — неопределенноотрицательное,
a есть P — единичноутвердительное,
a не есть P — единичноотрицательное.

Характеристика высказываний как атрибутивных подчеркивает тот факт, что с их помощью мы выражаем наше знание о свойствах (атрибутах), которые присущи или не присущи некоторым предметам (объектам), а не об отношениях между предметами. Например, общеутвердительное высказывание «Все металлы суть проводники» говорит о том, что каждый предмет из класса металлов обладает свойством проводимости, а единичное высказывание «Сократ есть человек» выражает присущность свойства «быть человеком» отдельно взятому предмету — Сократу. Характеристика высказываний как ассерторических означает, что в этих высказываниях лишь фиксируется наличие или отсутствие связи между некоторым предметом и свойством, о которых идет речь в предложении, но не указывается модус (характер) этой связи — является ли она необходимой, случайной, желательной, доказанной, известной, разрешенной, т. е. эти высказывания не являются модализированными. Наконец, характеристика высказываний как категорических говорит о безусловности выраженных в них утверждений, т. е. о том, что эти утверждения не ограничены никакими рамками и оговорками.

В состав высказываний указанных типов входят следующие структурные элементы: 1) термины — слова и словосочетания, которыми могут замещаться в соответствующих логических формах буквы «a», «S» и «P»; 2) связки «суть», «не суть», «есть», «не есть», служащие качественным показателем соответствующего высказывания, определяя, является ли оно утвердительным или отрицательным; 3) показатели количественной характеристики высказывания — «все», «ни один», «некоторые». На каждом из этих элементов имеет смысл остановиться подробнее.

Термины, входящие в состав высказывания, традиционно подразделяют на субъект (в логических формах их позиция указывается буквами «a» и «S») и предикат (позиция указывается буквой «P»). Однако в употреблении этих двух последних обозначений существует некоторая двусмысленность. Действительно, обычным является определение субъекта как того, о чем утверждается в высказывании, а предиката — как того, что утверждается о субъекте. В таком случае эти два термина являются знаками не лингвистических объектов как составных частей предложения, а чего-то находящегося вне данных предложений, т. е. существующего в той области объективной реальности, которая этими предложениями описывается. Например, в высказывании «Сократ — греческий фило-

соф» субъектом в соответствии с указанным определением этого термина будет не термин «Сократ», а тот конкретный человек, который жил в Древней Греции и с которым были связаны известные нам исторические события. Точно так же предикатом является не сам термин «древнегреческий философ», а свойство «быть древнегреческим философом», которое объективно существовало и, в частности, было присуще Сократу. Ясно, что подобное употребление терминов «субъект» и «предикат», когда, с одной стороны, они применяются для обозначения лингвистических объектов, а с другой, внелингвистических, реальных объектов, является двусмысленным и нежелательным. Правда, можно было бы различить эти два употребления, каждый раз уточняя, о чем идет речь — о семантическом или синтаксическом смысле терминов, или же использовать для каждого случая свою собственную терминологию: например, обозначать соответствующие лингвистические объекты словосочетаниями «субъектное выражение» и «предикатное выражение», а те реалии, с которыми они соотносятся — словосочетаниями «субъект (предмет) высказывания» и «предикат высказывания» [2].

Следующий аспект традиционной логики, на котором хотелось бы остановиться подробнее, касается способа выражения в языке категорических предложений. Приведенный выше список типов высказываний дан в их обычной традиционной формулировке, которая имеет ряд недостатков. Прежде всего это касается различия в записи общеутвердительных и общеотрицательных высказываний: если первое из них записывается с использованием связки «суть» (множественное число от глагола «есть»), то последнее использует связку «есть». Дело здесь заключается в том, что употребление связки «есть» или «суть» зависит от того, в каком числе (единственном или множественном) стоит субъект высказывания. При этом слово

[2] Насколько трудно порой бывает придерживаться однозначной терминологии, видно на примере русских эквивалентов аристотелевских терминов подлежащее (греч. ὑποκείμενον) и сказуемое (греч. κατηγορούμενον). Первоначальный смысл этих слов в греческом языке понятен: подлежащее — это объективно сущее под-лежащее, т. е. лежащее «под» данным термином, а сказуемое (сказываемое, высказываемое) — это признак предмета, ведь сказывается о предмете признак, а не термин. Однако уже у создателя логики эти выражения используются и для обозначения составных частей предложений, что в современной лингвистике стало общепринятой нормой. Такая же сложность существует и для латинских терминов *subjecto* (*subjectum*), *praedicatio* (*praedicatum*), относительно которых могут быть намечены и еще более тонкие различия их понимания.

Источником отмеченных здесь затруднений является реальная сложность в разделении того, что в современной логике называется употреблением термина, и его упоминания. Эти две прагматические функции постоянно смешиваются, так как всякое употребление термина связано с его упоминанием. Попытка же последовательного проведения такого различия почти всегда выглядит как чрезмерный педантизм. Поэтому мы будем придерживаться некоторой средней позиции, стремясь, чтобы смысл употребления терминов был ясен из контекстов.

«все» требует постановки субъекта во множественном числе, а выражение «ни один» требует единственного числа.

Это обстоятельство создает неопределенность в истолковании общеутвердительных высказываний, поскольку субъект высказывания можно понимать либо как индивид (элемент) некоторого класса «S», либо как сам класс «S». Действительно, в русском языке слово «все» используется в двух различных смыслах — в собирательном и разделительном. Например, в истинном предложении «Все произведения Л. Толстого нельзя прочитать за один день» слово «все» используется в собирательном смысле, так как здесь речь идет о всей совокупности произведений Л. Толстого, которая не может быть прочитана за один день, а не о том, что каждое такое произведение нельзя прочесть за указанное время. Подобная двусмысленость, конечно же, не является желательной, поэтому более правильным было бы использовать в формулировке общеутвердительных высказываний не слово «все», а слова «каждый» или «всякий». Последние выражения всегда употребляются в разделительном смысле, что как раз и требуется для обычного истолкования данных высказываний [3].

Но если принять данную замену, то становится ничем не оправданным использование двух различных выражений «всякий» и «ни один» для фиксации количественной характеристики высказывания. Ведь сказать «Ни один предмет из некоторого класса не обладает каким-либо свойством» означает то же самое, что и сказать «Всякий предмет из этого класса не обладает этим свойством». Правда, в некоторых случаях может возникнуть желание различить на уровне естественного языка те смыслы, которые соответственно будут соотноситься с общеутвердительными и общеотрицательными высказываниями. В таком случае использование отличных друг от друга выражений «всякий» и «ни один» как раз, казалось бы, и позволяет осуществить данное намерение. Однако это не так. Различие смыслов этих предложений, как будет показано, возможно только на уровне формальных языков с четкой семантикой. Более того, с каждым из указанных слов можно связать разнообразные смыслы, так как никакого однозначного, строго фиксированного употребления этих терминов в естественном языке нет. Поэтому и нет необходимости в рамках естественного языка стараться сделать то, что является прерогативой формального анализа.

Что касается частных высказываний, то их формулировка тоже должна быть изменена. Обычно указывают, что слово «некоторые» понимается в смысле: «по крайней мере один предмет из некоторого класса, а может быть, и все (адекватней — а может быть, и каждый, всякий)». Такая трактовка

[3] В англоязычной литературе по логике строго различают выражения вида «*All S's are P's*» и «*Every S is a P*». Написание «всякий» вместо «все» предпочиталось и Аристотелем.

говорит, что предикация осуществляется относительно именно элементов класса, а не чего-то другого (например, самих классов), и тогда форма «Некоторый S есть P» предпочтительнее формы «Некоторые S суть P» [4].

Таким образом, имеются веские основания в пользу изменения обычных формулировок данных высказываний на следующие:

«Всякий S есть P»,
«Всякий S не есть P»,
«Некоторый S есть P»,
«Некоторый S не есть P»,
«S есть P»,
«S не есть P»,
«a есть P»,
«a не есть P».

§ 3. ФОРМАЛЬНЫЕ ТРАКТОВКИ КАТЕГОРИЧЕСКИХ ВЫСКАЗЫВАНИЙ

Проведенное уточнение применяемой терминологии и форм записи высказываний не решает главный вопрос, а именно: что же является предметом высказывания и что об этом предмете сказывается. Например, остается невыясненным вопрос, сказывается ли о предмете в утвердительных предложениях свойство («P») или наличие свойства («есть P»), а в отрицательных предложениях — отсутствие свойства («(не есть) P») или отрицается наличие свойства («(не) есть P»). Существует несколько ответов на поставленный вопрос. Каждый из них ведет к следствиям, отличающимся друг от друга различным пониманием роли связки «есть» в рассматриваемых формах.

I. Связка «есть» как часть предиката. Здесь существуют два возможных варианта.

I (1). В традиционной логике под предикатом обычно подразумевался термин «P», входящий в состав категорических высказываний. Связки «есть» и «не есть» не относились к предикату, а всегда рассматривались как самостоятельные элементы в составе предложения. Естественно, что в этом случае на вопрос, что в предложении сказывается о предмете, следует ответить: сказывается свойство, но никак не наличие или отсутствие свойства.

В современной логике произошло переосмысление этого понятия. Г. Фреге предложил трактовать предикатные выражения как ненасыщенные выражения вида «— есть P». Например: «— есть человек», «— есть проводник», «— есть древнегреческий философ». Такая трактовка позволяет единообраз-

[4] Точка зрения, которая здесь развивается, находится в полном соответствии с мнением Аристотеля, который использовал форму «*P* присуще некоторому *S*». На это обращалось внимание А. С. Ахмановым [6, с. 184].

ным способом анализировать как одноместные предикатные выражения, используемые для сказывания о свойствах предметов, так и многоместные предикатные выражения, используемые для сказывания об отношениях между предметами: «— больше —», «— любит —», «— идентично с —» и т. д. Во всех этих записях черточками указаны пустые места, которые могут заполняться собственными именами предметов. Так как пустые места являются различными, т. е. одно незаполненное место отличается от другого, что особенно важно продемонстрировать, когда мы имеем дело с многоместными предикатными выражениями, принято показывать различие пустых мест переменными, т. е. писать «x есть человек», «y есть проводник», «x больше y», «x любит z» и т. д.

В целях анализа силлогистики рассматриваемая точка зрения интересна прежде всего трактовкой одноместных предикатных выражений (форм). Очевидно, что она отличается от старого, традиционного подхода рассмотрением связки «есть» не как самостоятельного элемента высказывания, а как составной части более сложного выражения. В этом случае можно получить из предикатной формы, скажем, «x есть человек», за счет подстановки вместо переменной собственного имени «Сократ» категорическое высказывание «Сократ есть человек». Подставляя другие сингулярные термины, т. е. слова или словочетания, обозначающие ровно один объект, мы будем получать либо истинное, либо ложное единичное высказывание вида «a есть P». Поступая аналогичным образом с предикатной формой «x не есть P», будем получать единичные отрицательные высказывания вида «a не есть P».

Такая концепция предиката неизбежно влечет за собой и особое понимание субъекта. В самом деле, с семантической точки зрения выражения вида «x есть человек», «x есть металл», «x любит y» и т. д. могут рассматриваться как общие формы представления в языке того, что в математике принято называть функциями. Правда, в отличие от обычных математических функций, это будут логические функции — предикаты[5], так как они ставят в соответствие индивиду или n-ке индивидов специальные логические объекты — истину или ложь. Для того чтобы показать функциональный характер предикатных выражений, в современной логике для них принято использовать функциональную форму записи. Так, вместо «x есть человек» обычно пишут «Человек (x)», вместо «x есть металл» — «Металл (x)», вместо «x любит y» — «Любит (x, y)». На места аргументов в этих функциональных выражениях, т. е. вместо переменных, должны подставляться собственные имена индивидов. Например, вместо переменных «x» и «y» в выражение «$x+y$» подставляются простые или сложные собственные имена чисел: «5+3», «$\sqrt{2}+(2\cdot3)$» и т. д. Иначе говоря, субъект, будучи частью предложения, трактуется как сингулярный термин (простой или сложный).

[5] Здесь термин «предикат» употреблен в его подлинном современном смысле.

При подобном способе анализа наиболее фундаментальными языковыми выражениями, с помощью которых строятся более сложные образования, являются функторы и собственные имена. К числу *логических функторов (предикаторов)* относятся нарицательные существительные, глаголы и прилагательные, которые используются в логике для построения предикатных выражений, представляющих в языке предикаты как логические функции. По таким, например, словам, как «человек», «русалка», «больше», «белый», «любит» и т. д., строятся функциональные выражения вида «x есть человек», «y есть русалка», «x больше y», «y есть белый», «x любит z». Вообще говоря, класс предикаторов включает в себя не только нарицательные существительные, глаголы и прилагательные, но и различные словосочетания. Основным является для них то, что подобные слова и словосочетания призваны репрезентировать (представлять) в языке свойства и отношения, присущие объектам. К числу *собственных имен* относятся любые слова и словосочетания, которые предназначены для обозначения ровно одного объекта. К ним относятся простые и сложные собственные имена, например, «Москва», «Луна», «Пегас», «3+2» и др., а также описательные имена — определенные и неопределенные дескрипции, например, выражения: «древнегреческий философ, являвшийся учителем Александра Македонского», «натуральное число, делящееся без остатка на 6 и 8», «этот отдельный человек», «эта ручка» и т. п. Все они входят в семантическую категорию *термов*.

Этот подход — членение выражений естественного языка на функторы и термы — приводит к тому, что грамматическая категория существительного распадается на две самостоятельные логико-семантические части: на собственные и нарицательные имена. Это особенно важно подчеркнуть, так как в соответствии со стандартами классического исчисления предикатов первого порядка, строящегося с учетом теоретико-типовых ограничений Б. Рассела[6], они различным способом используются

[6] Для элиминации парадоксов, обнаруженных в теории множеств, Б. Расселом была предложена так называемая теория типов, согласно которой все объекты, о которых мы рассуждаем, подразделяются на типы. К нулевому типу объектов относятся индивиды, к следующему (первому) типу относятся свойства и отношения (признаки) индивидов, к следующему типу — признаки признаков и т. д. Например, Сократ, Москва, Луна — это индивиды. Свойства, которые им присущи, — «быть городом», «быть человеком», «быть белым» и др., — это объекты первого типа. А «быть цветом» — это уже не свойство индивидов, так как ни один объект нулевого типа не является цветом, а свойство свойства. Элиминация парадоксов достигалась Расселом за счет следующего требования: то, что предицируется, всегда должно относиться к объектам более высокого типа по сравнению с типом объектов, относительно которых осуществляется предикация.

в языке этой теории. Так, в выражениях вида «*a* есть *P*» на месте «*a*» могут стоять только термы, но никогда не могут появиться нарицательные существительные. В противоположность этому в качестве предикатора (на месте знака «*P*») может выступить, в частности, и нарицательное имя существительное, но никогда не может стоять собственное имя. Если же оно и входит в предикатор, то только в качестве составной его части, когда последний представляет собой сложное выражение. Такое различение в употреблении собственных и нарицательных имен в исчислении предикатов, естественно, создает трудность в распространении способа анализа языковых выражений, принятого в данном исчислении, на категорические высказывания, отличные от единичных, так как в них на месте субъекта стоят не собственные имена, а нарицательные существительные или более сложные выражения, репрезентирующие объекты того же типа, что и предикаторы: «Всякое разумное существо есть человек», «Некоторое растение есть дерево».

Здесь выражения «разумное существо» и «человек», «растение» и «дерево» являются предикаторами, знаками свойств, и, следовательно, в языке исчисления предикатов должны использоваться как составные части предикатных форм: «Разумное существо (x)», «Человек (x)», «Растение (x)», «Дерево (x)». Чтобы при этом условии соблюсти требования теории типов, мы теперь вынуждены все категорические высказывания (за исключением единичных) рассматривать как высказывания сложной конструкции, а именно использовать следующую запись этих предложений:

Всякий S есть $P - \forall x(S(x) \supset P(x))$,
Всякий S не есть $P - \forall x(S(x) \supset \neg P(x))$,
Некоторый S есть $P - \exists x(S(x) \& P(x))$,
Некоторый S не есть $P - \exists x(S(x) \& \neg P(x))$,

где знаки $\supset$, $\neg$, &, $\forall x$ и $\exists x$ являются соответственно знаками импликации (читается: «если.., то...»), отрицания (читается: «неверно, что ...»), конъюнкции (читается: «... и ...»), квантора общности (читается: «для всякого x...»), квантора существования (читается: «существует x, такой, что ...»).

Мы будем далее широко пользоваться этой четкой и однозначной формулировкой категорических высказываний в терминах исчисления предикатов первого порядка. Однако надо отметить, что она обладает рядом недостатков. Введение в запись категорических высказываний таких логических констант, как материальная импликация ($\supset$) и конъюнкция (&), искажает структуру исходных предложений. Кроме того, в этом случае остается неясным, каким образом записывать неопределенные высказывания «S есть P» и «S не есть P»: следует ли их представлять в импликативной форме «$S(x) \supset P(x)$» и «$S(x) \supset \neg P(x)$», понимая как общие высказывания, или использовать конъюнктивную форму записи «$S(x) \& P(x)$» и

«$S(x) \& \neg P(x)$», сближая тем самым с частными высказываниями. Однако иного способа представления категорических высказываний в стандартном исчислении предикатов, который был бы свободен от указанных недостатков, не существует в принципе. Поэтому, если мы хотим четко фиксировать смыслы категорических высказываний и осуществлять сравнительный анализ силлогистик со стандартным исчислением предикатов, то вынуждены прибегать к подобным формам записи.

I (2). Более адекватный способ записи силлогистических предложений может быть осуществлен в многосортном исчислении предикатов некоторого специального типа. Для этой цели удобно воспользоваться идеями, развитыми Е. К. Войшвилло [15].

Исходный пункт рассуждений Е. К. Войшвилло основывается на правильно подмеченном изменении смысла и роли предикаторов в зависимости от мест, которые они занимают в предложении. Если одноместный предикатор употребляется в предикативной функции, т. е. занимает предикатную позицию, то он репрезентирует некоторое свойство и тем самым имеет акцидентальный смысл. Но если предикатор стоит на месте субъекта, то здесь он уже репрезентирует не некоторое свойство, а объект, обладающий данным свойством, т. е. имеет явно субстанциальный смысл.

На этой основе Е. К. Войшвилло удалось построить теорию понятий как выражений особого типа. Продолжая последовательно развивать эту идею, можно использовать данные понятийные конструкции для построения специального субъектно-предикатного языка, т. е. такого языка, в котором существенной будет являться не только категория предиката, как это имеет место в стандартном исчислении предикатов, но и категория субъекта.

Специфическим синтаксическим объектом для данной языковой системы является ***ограниченная индивидная переменная.*** В самом общем виде ограниченная переменная (или, лучше сказать, специфицированная переменная) имеет форму $xA(x)$. В данном выражении $A(x)$ рассматривается как формула, представляющая одноместный сложный или простой предикат, заданный на некотором универсуме, а переменная x — как неограниченная переменная, пробегающая по этому универсуму. Будучи применена в префиксе к выражению $A(x)$, переменная x выступает как оператор, порождающий специфицированную переменную $xA(x)$. Последняя пробегает по классу $\lambda xA(x)$.

Подобная конструкция очень удобна для обсуждения вопроса о понятийных формах мышления. Выражение $xA(x)$ рассматривается Е. К. Войшвилло как общая форма записи на языке исчисления предикатов понятия о некотором объекте и читается: «произвольный x из класса M такой, что $A(x)$». Так как обычно понятия задаются через род и видовое отличие, эти две характеристики могут быть сохранены и для выражения $xA(x)$, а именно: родом является теперь тот универсум, по которому пробегает переменная x, формула же $A(x)$ выражает видовое отличие. Вопрос о том, что в каждом конкретном случае следует избрать в качестве универсума (рода), а что отнести к видовому отличию, устанавливается по соглашению. В частности, можно условиться в качестве универсального взять класс предметов как таковой, т. е. класс всех объектов нулевого типа. В этом случае $xA(x)$ можно читать: «произвольный предмет x такой, что $A(x)$».

Оператор x в $xA(x)$ близок по своей прагматической функции (указание на объект) к известным операторам определенной (ι-оператор) и неопределенной (ε-оператор) дескрипции. Но имеются и два существенных отличия. Во-первых, оператор x порождает не константы (единичные имена), а переменные особого вида, полусвязывая все вхождения x в $xA(x)$ в том смысле, что: а) запрещена подстановка индивидных констант вместо x в $xA(x)$ и б) разрешено дальнейшее связывание переменной x за счет навешивания на $xA(x)$, например, ι- или ε-операторов и получение определеной ($\iota xA(x)$) или неопределенной ($\varepsilon xA(x)$) дескрипции. Во-вторых, в противоположность ι- и ε-операторам, переменная x в качестве оператора может применяться к выражениям, репрезентирующим пустые предикаты, порождая тем самым пустое понятие, например, «x Крылатый конь (x)». Отсюда видно, что даже если область изменения x не пуста, область изменения переменной $xA(x)$ может оказаться пустой в экзистенциальном смысле.

В естественном языке, указывает Е. К. Войшвилло, выражению $xA(x)$ как переменной прямым и непосредственным образом соотносится категория общего имени [7]. Эта мысль позволяет устранить одну трудность, которая связана с анализом аристотелевских высказываний. Действительно, рассматривая предложение «Всякий S есть P», нельзя не заметить «странного поведения» слова «всякий». С одной стороны, это слово должно было бы играть роль квантора общности, т. е. связывать некоторую переменную, но, с другой стороны, как переменная «P», так и переменная «S» остаются свободными для подстановок, т. е. выражение «всякий» их не затрагивает. Рассмотрение общего имени «S» как понятийного выражения все ставит на свое место. Тогда ясно, что высказывание «Всякий S есть P» имеет логическую структуру вида «Всякий $xS(x)$ есть P» (читается: «Всякий произвольный x, такой, что $S(x)$, есть P»). В этом случае слово «всякий» является в подлинном смысле квантором общности, связывая неспецифицированную (универсальную) переменную x.

Итак, общие имена естественного языка могут трактоваться, когда они стоят на месте субъекта в предложении, как переменные. Отличие их от обычных переменных является чрезвычайно существенным и интересным языковым феноменом и состоит в том, что если для стандартных переменных мы вынуждены каждый раз внешним образом указывать их область изменения, то общие имена имманентно содержат информацию об этой области. С этой точки зрения такие общие имена, как, например, «человек» и «город», можно синтаксически трактовать соответственно как выражения «переменная x, такая, что область ее изменения есть класс людей» и «переменная y, такая, что область ее изменения есть класс городов». Мы не будем в данной работе развивать и более подробно рассматривать идеи, связанные с анализом категорических высказываний на основе многосортного исчисления предикатов [8], укажем лишь, что данные высказывания могут получить в рамках этой концепции следующие формы выражения:

Всякий S есть P — $\forall xP(xS(x))$,
Всякий S не есть P — $\forall x\neg P(xS(x))$,
Некоторый S есть P — $\exists xP(xS(x))$,
Некоторый S не есть P — $\exists x\neg P(xS(x))$,
S есть P — $P(xS(x))$,
S не есть P — $\neg P(xS(x))$,
a есть P — $P(a)$,
a не есть P — $\neg P(a)$.

II. Связка «есть» как часть функтора. Рассмотренные выше способы уточнения категорических высказываний основывались на стандартном или многосортном исчислении предикатов. Но имеется и еще один способ истолкования данных выражений, который можно было бы назвать теоретико-множественным, или алгебраическим. Существенный шаг в этом направлении был сделан Я. Лукасевичем, который предложил рассматривать силлогистику как теорию четырех логических функторов особого типа «Всякий — есть —», «Всякий — не есть —», «Некоторый — есть —», «Некоторый — не есть —» на области общих терминов [9]. Для нас сейчас не столь существенно, что Лукасевич полагал правомерной подстановку на места субъектов и предикатов лишь общих терминов, но никак не единичных или пустых. Важнее и интереснее другое,

[7] Среди предшественников такого взгляда на общие имена можно назвать Б. Рассела [96] и Г. Гальперина [75], [76].

[8] Детальный анализ возможностей, заложенных в этом направлении, был осуществлен автором в кандидатской диссертации «Силлогистика без экзистенциальных предпосылок» [10], где предложен некоторый формализм субъектно-предикатного исчисления с равенством, свободный от экзистенциальных предпосылок. В этот формализм был осуществлен перевод силлогистики Аристотеля (см. по этому вопросу также [8], [11]).

[9] Здесь и далее в целях унификации символики, если это не оказывается существенным, мы не будем придерживаться символики авторов, концепции которых разбираются.

а именно способ членения категорических выражений. Связки «есть» и «не есть» при таком членении, оказывается, не являются ни самостоятельными элементами структуры высказываний, как утверждалось в традиционной логике, ни частями предикатов, как это принято трактовать современной логикой, а становятся частями специальных логических функторов.

Как уже говорилось в историческом очерке, начиная с Петра Испанского в логической литературе принято обозначать общеутвердительные высказывания буквой «*A*», частноутвердительные — буквой «*I*» (от первых гласных латинского слова «*affirmo*» — утверждаю), общеотрицательные — буквой «*E*», частноотрицательные — буквой «*O*» (от латинского слова «*nego*» — отрицаю). Лукасевич же обозначил этими знаками не высказывания, а функторы:

Всякий — есть — (обозначается A — —),
Всякий — не есть — (обозначается E — —),
Некоторый — есть — (обозначается I — —),
Некоторый — не есть — (обозначается O — —),

где черточки указывают пустые места: левая черточка указывает место для субъекта высказывания, а правая — для предиката. В случае заполнения пустых мест переменными образуются высказывательные формы *Asp, Esp, Isp, Osp*. С синтаксической точки зрения последние выражения имеют структуру, которая ничем не отличается от структуры обычных двухместных предикатных выражений $P(x, y)$, $Q(x, y)$ и т. д. Таким образом, принятая Лукасевичем запись категорических высказываний наталкивает на мысль о возможности их понимания как специфических двухместных высказывательных форм, выражающих некоторые отношения между терминами «*s*» и «*p*». Например, естественнее всего было бы считать, что субъект «*s*» и предикат «*p*» — это имена для классов, особые отношения между которыми как раз и фиксируются предикатоподобными выражениями *Asp, Esp, Isp, Osp*.

Такой подход к категорическим высказываниям интересен также тем, что здесь вполне естественно можно осуществить выход за пределы общих терминов, т. е. тех объектов, которыми Лукасевич ограничил подстановки на места переменных. Действительно, пусть выбрано некоторое произвольное множество объектов М. Возьмем множество всех подмножеств данного множества — $\mathcal{P}(M)$. Тогда каждый элемент этого множества, каким бы он ни был — пустым, одноэлементным, многоэлементным, — будет в соответствии с теорией типов Рассела относиться к объектам одного и того же типа. А это сразу же позволяет рассматривать в качестве возможных подстановок на места переменных s и p пустых, единичных и общих терминов. Иначе говоря, если субъекты и предикаты начинают рассматриваться как имена классов, то можно снять теоретико-типовое различие между собственными именами (сингулярными терминами) и нарицательными именами. Правда, в этом случае собственные имена должны пониматься как обозначающие не индивиды, а одноэлементные множества, если только термин вообще что-либо обозначает.

Может, конечно, возникнуть вопрос о правомерности такой позиции, ведь принято строго различать индивид и одноэлементное множество, содержащее этот индивид в качестве единственного своего элемента, т. е. $a \neq \{a\}$. Однако, во-первых, некоторые варианты теории множеств (например, теория множеств Цермелло—Френкеля (см. [53]) строятся таким образом, что в них вообще отсутствует категория индивида, а единственным типом рассматриваемых объектов являются множества. Во-вторых, для анализа силлогистических рассуждений требуются сведения лишь из элементарной части теории множеств, именно те из них, которые определяют собой соотношения, выполняющиеся в элементарной булевой алгебре (булевой решетке). Используемый аппарат булевой алгебры также указывает, что можно обойтись без категории индивида (составляющих булевой алгебры). Но коль скоро в самом аппарате, который будет использоваться для анализа силлогистики, отсутствуют индивиды, то нет необходимости выделять для этих целей и категорию собственного имени. Поэтому мы можем по отношению к последним занять любую позицию, в частности, можем считать, что собственные имена обозначают одноэлементные множества.

С этой точки зрения вряд ли можно возражать против высказываний следующих видов: «Некоторый человек есть Сократ», «Всякий Сократ есть человек» и т. д., которые в теоретико-множественной интерпретации будут соответственно выражать утверждения «В классе людей имеется одноэлементный подкласс, обозначаемый термином „Сократ"» и «Весь класс, обозначаемый термином „Сократ"[10], входит в класс людей». Конечно же, эти высказывания являются истинными утверждениями. В случае использования единичных терминов на месте субъекта и предиката особенно наглядно видны достоинства принятой выше записи категорических высказываний по сравнению с их традиционной формой выражения. Скажем, предложение «Всякий человек есть Сократ» является осмысленным, но ложным, в то время как выражение «Все люди суть Сократы», скорее всего, должно быть оценено как неосмысленное, поскольку здесь нарушаются синтаксические правила языка.

Вообще, на вопросе о построении силлогистики с единичными терминами следует остановиться более подробно. Имеется несколько способов введения в силлогистику единичных терминов, отличающихся друг от друга в зависимости от способа анализа категорических высказываний. В I (1) и I (2)

[10] Нам может быть заранее и не известно, что это одноэлементный класс.

собственные имена могут быть введены в силлогистику только за счет добавления к предложениям типа A, E, I, O еще и единичных высказываний. Это определено и детерминировано тем обстоятельством, что теоретико-типовые ограничения при такой трактовке высказываний запрещают собственным именам появляться на местах субъектов и предикатов в предложениях типа A, E, I, O. Но, вводя формы единичных высказываний, мы должны будем позаботиться и о новых правилах оперирования с этими выражениями. При этом правила должны быть сформулированы таким образом, чтобы собственные имена не могли появиться на запрещенных позициях, что легко достигается применением аппарата исчисления предикатов.

Иная ситуация имеет место в разбираемом случае. Здесь собственные имена могут быть введены без обогащения силлогистики единичными формами высказываний, а их использование ничем не ограничено. Иначе говоря, сингулярная силлогистика может быть построена с использованием лишь предложений типа A, E, I, O. Если же, с другой стороны, единичные формы вводятся, то их дедуктивное «поведение» не будет ничем отличаться от «поведения» общих высказываний, и поэтому не требуется формулировка каких-либо специальных правил.

III. Связка «есть» как самостоятельная часть атрибутивных высказываний. Эта концепция всегда пропагандировалась и настойчиво подчеркивалась в «школьной логике». Тем не менее в литературе по традиционной логике отсутствует ее четкая формулировка. С нашей точки зрения, понимание связки как самостоятельной единицы высказывания может означать одно из двух: либо 1) связка трактуется как отношение эквивалентности, либо 2) она интерпретируется как отношение равенства.

В первом случае (III (1)) высказывания типа A, E, I, O записываются таким образом:

Всякий S есть P — $\forall x\ \exists y(S(x) \equiv P(y))$,
Всякий S не есть P — $\forall x\ \forall y(S(x) \not\equiv P(y))$,
Некоторый S есть P — $\exists x\ \exists y(S(x) \equiv P(y))$,
Некоторый S не есть P — $\exists x\ \forall y(S(x) \not\equiv P(y))$,

где «$\equiv$» — знак эквивалентности, а выражение $S(x) \not\equiv P(y)$ означает то же самое, что и $\neg(S(x) \equiv P(y))$.

Во втором случае (III (2)) эти высказывания записываются следующим образом:

Всякий S есть P — $\forall x\ \exists y(xS(x) = yP(y))$,
Всякий S не есть P — $\forall x\ \forall y(xS(x) \neq yP(y))$,
Некоторый S есть P — $\exists x\ \exists y(xS(x) = yP(y))$,
Некоторый S не есть P — $\exists x\ \forall y(xS(x) \neq yP(y))$,

где «$=$» — знак равенства, а выражение $xS(x) \neq yP(y)$ означает то же самое, что и $\neg(xS(x) = yP(y))$.

Как легко увидеть, последняя формулировка требует обращения к многосортному исчислению предикатов, т. е. требует того же аппарата, что и в случае I (2).

В дальнейшем мы не будем подробно анализировать концепции силлогистики, которые могут быть построены с использованием интерпретаций I (2) и III. Основное внимание будет уделено трактовкам I (1) и II, что определяется хорошей разработанностью соответствующих аппаратов. Отметим только, что спектр силлогистических теорий, реализующих подход I (2), был описан в ряде работ (см. [8], [11], [14]). Трактовка III (2) была рассмотрена в очень интересных статьях Дж. Бэкона (см. [61], [62]).

§ 4. ТЕЗИСЫ ТРАДИЦИОННОЙ ПОЗИТИВНОЙ СИЛЛОГИСТИКИ

Совокупность логических принципов (закономерных положений), исследуемых в традиционной силлогистике, обычно подразделяется на два класса. В первый входят нольпосылочные положения, которые принято называть законами силлогистики, во второй — все остальные n-посылочные положения при $n > 0$. Для их обозначения мы будем использовать термин «тезис», необходимость введения которого объясняется тем, что любой другой традиционный термин — «умозаключение», «силлогизм» и т. д. — имеет более узкую сферу приложения. Так, например, начиная с Аристотеля и вплоть до настоящего времени под силлогизмами имеются в виду лишь n-посылочные тезисы при $n \geq 2$. С другой стороны, под термин «умозаключение» не подпадают нольпосылочные тезисы. Введение нового обобщающего термина «тезис» становится особенно необходимым в том случае, когда сама силлогистика начинает строиться как некоторая дедуктивная система, и у нас возникает потребность как-то единообразно обозначить каждое доказуемое в этой системе положение. Кроме того, термин «тезис» обладает тем достоинством, что он является нейтральным по отношению к любой возможной трактовке силлогизма, о чем будет говориться ниже.

Любой n-посылочный тезис ($n > 2$) мыслится в силлогистике как получающийся за счет применения к n посылкам ноль-, одно- и двухпосылочных тезисов. Исследование последних, в свою очередь, может быть разбито на учение о законе силлогистического тождества, логическом квадрате, непосредственных умозаключениях (некоторые виды однопосылочных тезисов) и учение о простых категорических силлогизмах (опосредованные умозаключения при $n=2$).

Закон силлогистического тождества. В учебниках по традиционной логике [11] этот закон представлен либо как методологический принцип, требующий однозначности и последовательности нашего мышления, либо как логический принцип. Нас, естественно, будет интересовать закон тождества в его логической функции.

Обычная (традиционная) его формулировка задается выражением «A есть A», однако достаточно часто тут же добавляется, что его же формулировкой является выражение «$a=a$». Тем самым в традиционной логике не проводится различия между выражениями «A есть A» и «$a=a$». Например, В. Минто [35, с. 37] наряду с примером «Сократ есть Сократ» приводит и другое выражение, призванное проиллюстрировать этот закон — «Преступление есть преступление». Между тем глагол «есть», как известно, может употребляться в нескольких различных смыслах:

(1) как теоретико-множественное включение одного класса в другой, т. е. как отношение $A\subseteq B$, где «$\subseteq$» — знак включения класса в класс; в этом случае A и B — объекты одного и того же типа, а именно классы («Человек есть животное»);

(2) как теоретико-множественное отношение между элементом класса и классом, т. е. как отношение $a\in B$, где «$\in$» читается: «является элементом»; в этом случае a и B — объекты разных типов («Сократ есть человек»);

(3) как отношение тождества (равенства) между индивидами, т. е. как отношение $a=b$, где «$=$» — знак равенства; в этом случае a и b — объекты одного и того же типа, а именно индивиды — «$5=2+3$»;

(4) как предикат существования (бытия) объекта: «a есть» (в смысле «a существует»).

Отмеченное разнообразие в истолковании связки «есть» позволяет говорить о разных возможных формулировках закона тождества. Так, в теории множеств отношение включения класса в класс $A\subseteq B$ определяется как равнозначное с выражением $\forall x(A(x)\supset B(x))$. Поэтому формулировкой закона тождества в смысле (1) может быть формальная импликация

$$\text{(а)}\quad \forall x(A(x)\supset A(x)),$$

что эквивалентно утверждению вида

$$\text{(б)}\quad \forall x(A(x)\equiv A(x)).$$

В логике высказываний этим формулировкам соответствуют законы тождества вида

$$\text{(в)}\quad p\supset p,$$

[11] См., например, учебники по логике для гимназий Г. Струве [45], Г. Челпанова [56], а также книги В. Минто [35] и Б. Чичерина [57]. См. также [5], [19], [28] и др. учебники.

что эквивалентно

$$\text{(г)}\quad p\equiv p.$$

Закон тождества в смысле (2) не может иметь места, так как в этом случае ни формула «$a\in a$», ни формула «$A\in A$» не являются согласованными с расселовской теорией типов, ибо в данном контексте элемент и класс принадлежали бы к одному и тому же типу, что запрещено. Тем не менее этот недостаток можно ликвидировать следующим образом. Пусть A — это некоторый класс (экстенсиональный смысл термина) или свойство (интенсиональный подход). Тогда можно построить понятийную форму вида $xA(x)$ и выражение «A есть A» трактовать как утверждение «$xA(x)$ есть A», т. е. $A(xA(x))$. В этом случае $xA(x)$ и A будут относиться к объектам разного типа: $xA(x)$ — индивид, а A — свойство (или класс). Итак, закон тождества можно понимать как

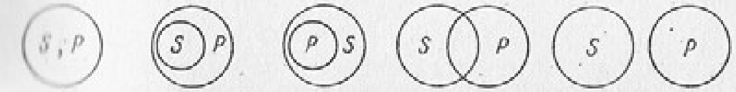
$$\text{(д)}\quad A(xA(x)).$$

И наконец, есть еще одна трактовка этого закона, когда он понимается как равенство (тождество) индивидов, т. е.

$$\text{(е)}\quad a=a.$$

В каком же именно из указанных смыслов понимается закон тождества в традиционной логике? Формулировки (в) и (г) должны быть отвергнуты, так как они имеют дело с тождеством высказываний, а не терминов, как предполагается рассматриваемым законом. Все остальные истолкования допустимы, но принятие любого из них непосредственно зависит от выбора трактовки категорических высказываний: для (д) это будет трактовка I (2) из предыдущего параграфа, для (е) требуется либо трактовка III (2), либо по крайней мере наличие в системе предиката равенства для индивидов. Однако, как было сказано выше, мы не будем в данной работе рассматривать такие интерпретации категорических высказываний, поэтому для нас остается возможным лишь единственный способ понимания силлогистического тождества в смысле (а) и (б).

Необходимость принятия в традиционной логике обсуждаемого закона становится особенно наглядной при семантическом задании категорических высказываний на так называемых кругах Эйлера. Последние обычно берутся в их жергоновском варианте, в котором предусматриваются следующие пять схем, задающие отношения между классами:



1 2 3 4 5

Рис. 1

Используя эти схемы, можно следующим образом задать условия истинности категорических высказываний и прояснить тем самым их содержательное толкование в традиционной логике:

$$Asp = u \Leftrightarrow \{1, 2\},$$
$$Esp = u \Leftrightarrow \{5\},$$
$$Isp = u \Leftrightarrow \{1, 2, 3, 4\},$$
$$Osp = u \Leftrightarrow \{3, 4, 5\},$$
$$S \text{ есть } P = u \Leftrightarrow \{1, 2, 3, 4\},$$
$$S \text{ не есть } P = u \Leftrightarrow \{3, 4, 5\},$$

где u есть сокращение для слова «истина», $\Leftrightarrow$ — метаязыковой знак, служащий для сокращения словосочетания «тогда и только тогда, когда...», а { } — знак множества. Цифры, стоящие в скобках, указывают, какие соотношения между терминами должны быть выполнены, чтобы соответствующее высказывание считалось истинным.

Из этой интепретации видно, что, во-первых, неопределенные высказывания должны рассматриваться как частные и, во-вторых, высказывания вида «S есть S», Iss, Ass[12] всегда являются истинными утверждениями, т. е. логическими законами. Итак, в традиционой логике имеют место законы силлогистического тождества в форме «S есть S», Iss и Ass.

Логический квадрат. Иной круг тезисов выявляется с помощью так называемого логического квадрата, или квадрата противоположностей (рис. 2). В качестве мнемонического средства он употреблялся уже схоластами, которые с его помощью выражали значительную часть информации об отношениях между категорическими высказываниями типа A, E, I, O.

Рис. 2

Между произвольными высказываниями B и C имеет место отношение подчинения, или логического следования (формально: $B \models C$), тогда и только тогда, когда соответствующие им логические формы B^* и C^* таковы, что всякий раз при истинности высказывания типа B^* оказывается истинным и высказывание типа C^*. В отношении подчинения (логического следования) находятся высказывания типа A и I, E и O соответственно, т. е. имеет место

$$Asp \models Isp,\ Esp \models Osp.$$

[12] Запись терминов двумя различными способами (либо прописными, либо строчными буквами) является, конечно же, нежелательной. Однако мы вынуждены пойти на эту меру ради более наглядного выявления структур высказывательных форм.

Наличие этого семантического отношения между высказываниями указанных типов делает обоснованным принятие в силлогистике как дедуктивной теории двух правил вывода, т. е. специальных разрешений, позволяющих при наличии некоторых определенных высказываний, называемых посылками, переходить к некоторому другому высказыванию, называемому заключением. Ими являются правила:

$$Asp \vdash Isp,\ Esp \vdash Osp,$$

где $\vdash$ — знак выводимости[13].

Между произвольными высказываниями B и C имеет место отношение контрарности тогда и только тогда, когда соответствующие им логические формы B^* и C^* таковы, что высказывания этих типов могут быть одновременно ложными и не могут быть одновременно истинными. Иначе говоря, класс всех возможных пар истинностных оценок высказываний типов B^* и C^* содержит пары $\langle u, л\rangle$, $\langle л, u\rangle$, $\langle л, л\rangle$ и не может содержать пару $\langle u, u\rangle$. Именно в таком отношении находятся высказывания типов A и E, что указывает на выполнимость в традиционной силлогистике закона противоречия:

$$\vdash \neg (Asp \& Esp).$$

Между произвольными высказываниями B и C имеет место отношение субконтрарности тогда и только тогда, когда соответствующие им логические формы B^* и C^* таковы, что высказывания этих типов могут быть одновременно истинными и не могут быть одновременно ложными, т. е. класс всех возможных пар истинностных оценок высказываний типов B^* и C^* содержит пары $\langle u, u\rangle$, $\langle u, л\rangle$, $\langle л, u\rangle$ и не может содержать пару $\langle л, л\rangle$. В данном отношении находятся между собой высказывания типов I и O, что обосновывает наличие в традиционной силлогистике закона исключенного третьего:

$$\vdash (Isp \vee Osp).$$

Произвольные высказывания B и C находятся в отношении контрадикторности тогда и только тогда, когда соответствующие им логические формы B^* и C^* таковы, что высказывания этих типов не могут быть истинными и ложными одновременно, т. е. запрещены пары истинностных оценок $\langle u, u\rangle$ $\langle л, л\rangle$ и разрешены только пары оценок $\langle u, л\rangle$, $\langle л, u\rangle$. Именно в этом отношении находятся пары высказываний типов A и O, E и I соответственно. Но тогда, в согласии с обычным классическим пониманием пропозиционального отрицания (обозначается знаком $\neg$) мы должны иметь следующие выводимости:

$$Asp \dashv\vdash \neg Osp,\ Esp \dashv\vdash \neg Isp,$$

[13] Пользуясь тем обстоятельством, что по каждому отношению логического следования $A_1, A_2, \ldots, A_n \models B$ $(n=0, 1, \ldots)$ можно ввести соответствующее правило вывода $A_1, A_2, \ldots, A_n \vdash B$, мы будем далее формулировать тезисы силлогистики в терминах выводимости.

где знаком $\dashv\vdash$ обозначена выводимость в обе стороны, слева направо и справа налево.

Непосредственные умозаключения. Под это название в традиционной логике подпадают те однопосылочные тезисы, которые не могут быть установлены с помощью логического квадрата. В позитивной силлогистике ими являются однопосылочные выводимости, известные под названием правил обращения (*conversio*). Суть этой операции состоит в том, что разрешается субъект и предикат исходного высказывания менять местами.

Традиционная логика различает два вида обращения: чистое обращение (*conversio simplex*), когда количественная характеристика высказывания не меняется, и обращение с ограничением (*conversio per accidens*), когда количественная характеристика изменяется. По первому типу происходит обращение высказываний типа E и I:

$$Esp \vdash Eps, \quad Isp \vdash Ips.$$

По второму типу осуществляется обращение высказываний вида A и E:

$$Asp \vdash Ips, \quad Esp \vdash Ops.$$

Высказывания вида A при этом всегда обращаются *per accidens*. Все эти теоретико-дедуктивные тезисы могут быть легко обоснованы семантически с использованием жергоновских пяти отношений.

Простой категорический силлогизм. В этой части традиционной логики рассматриваются двухпосылочные тезисы, которые, собственно, и носят название «силлогизм». Для их анализа вводится следующая терминология. Термины, входящие в заключение, называются крайними, при этом субъект заключения называется меньшим, а предикат — бо́льшим термином. Термин, не входящий в заключение, но присутствующий в обеих посылках, носит название среднего термина. Он осуществляет (опосредует) связь в силлогизме между меньшим и бо́льшим терминами, в силу чего все n-посылочные тезисы ($n \geqslant 2$) называются опосредованными умозаключениями. Высказывание (посылка), содержащая больший термин, называется большей, а та, в которую входит меньший термин, — меньшей.

Все двухпосылочные тезисы распределяются по так называемым фигурам силлогизма — некоторым схемам, показывающим расположение терминов в посылках. В качестве условия для однозначного прочтения данных схем принимается, что посылки пишутся одна под другой, столбиком, а не в строчку, и что самое верхнее высказывание при такой записи всегда является большей посылкой. При этих условиях удается различить следующие четыре фигуры:

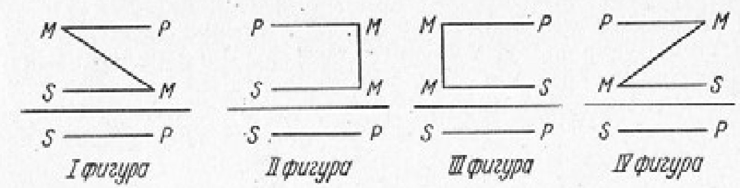


Рис. 3

Разновидности силлогизмов (тезисов), различающиеся качественными и количественными характеристиками составляющих силлогизм высказываний, называются модификациями фигур, или просто модусами фигур. В руководствах по традиционной логике указывается, что всего может быть 256 двухпосылочных тезисов, однако правильными среди них, т. е. такими, в основе которых лежит устанавливаемое с помощью пяти жергоновских схем отношение логического следования между посылками и заключением, являются только 24. В схоластический период развития логики каждый правильный модус получил специальное название. В I фигуре — это модусы *Bárbara, Célarént, Fério, Dárii* и два так называемых ослабленных модуса *Bárbari* и *Célarónt*; во II фигуре — модусы *Césare, Cámestrés, Festíno, Baróko* и два ослабленных модуса *Césaro* и *Cámestróp*; в III фигуре — модусы *Dárapti, Disamis, Datísi, Felápton, Bókardo, Ferison* (ослабленных модусов нет); в IV фигуре — модусы *Brámantip, Camenés, Dimaris, Fesápo, Fresíson* и один ослабленный модус *Camenós*[14].

Смысл введения этих обозначений покажем на примере модуса *Ferio*: первая гласная указывает на то, что бо́льшая посылка — высказывание типа E, вторая гласная — на то, что меньшая посылка — высказывание типа I, а третья указывает на тип высказывания, стоящего в заключении, т. е. O. Более того, в этих названиях схоластами была закодирована также информация о некоторых моментах дедуктивной систематики, которая содержалась уже в «Аналитиках». Дело в том, что Аристотель рассматривал сильные модусы *Barbara, Celarent, Ferio, Darii* I фигуры в качестве основных принципов своей системы, а все остальные двухпосылочные модусы сводил к этим исходным модусам. Учитывая это, схоласты, чтобы показать, к какому именно из четырех модусов I фигуры будет сводиться рассматриваемый модус, первой буквой в названии каждого модуса II, III и IV фигур поставили соответствующие буквы B, C, F и D. Буква s, стоящая сразу же после гласной, показывает, что высказывание, обозначенное этой гласной, должно быть подвергнуто чистому обращению, а буква p показывает, что высказывание, обозначенное находящейся перед

[14] В учебниках по традиционной логике обычно учитываются только сильные модусы, поэтому число правильных двухпосылочных тезисов сокращается до 19.

2*

ней гласной, должно быть обращено с ограничением, т. е. *per accidens*. Буква *m* сигнализирует, что посылки силлогизма необходимо поменять местами, т. е. бо́льшую посылку поставить на место меньшей, а меньшую — на место большей. Наконец, буква *k* служит показателем, что данный модус сводится к модусам I фигуры при помощи доказательства *reductio ad impossible*.

Продемонстрируем способ обоснования модусов II, III и IV фигур через их сведение к модусам I фигуры на примере модуса *Camestres* II фигуры. Зная фигуру и типы высказываний (гласные буквы), легко находим сам силлогизм, который нужно обосновать, — $Apm, Esm \vdash Esp$. Буква *m* говорит о том, что посылки надо переставить местами, что дает Esm, Apm. Согласная *s*, идущая за гласной *e*, говорит, что вторая посылка (высказывание типа *E*) должна быть обращена по принципу чистого обращения, т. е. Ems, Apm. Первая согласная *C* в названии модуса указывает, что проведенные преобразования над посылками должны привести к такому расположению терминов, когда к ним можно применить модус I фигуры *Celarent*. Такое применение дает Eps, которое в соответствии с согласной *s*, идущей после третьей гласной *e*, должно быть подвергнуто чистому обращению. Итак, получаем Esp, что и требовалось доказать.

Следующий пример — это сведение к модусу I фигуры модуса IV фигуры *Bramantip*, т. е. обоснование выводимости $Apm, Ams \vdash Isp$.

Доказательство осуществляется так. Берутся две посылки Apm, Ams и переставляются местами (об этом говорит буква *m*). Это дает Ams, Apm. Из названия видно, что никаких других процедур над каждой из посылок делать не нужно. Но тогда к этим двум посылкам, взятым вместе, надо применить модус *Barbara* I фигуры, о чем говорит название модуса *Bramantip*, начинающееся с буквы *B*. Это дает заключение Aps, которое необходимо обратить с ограничением, о чем напоминает буква *p*. Итак, получаем Isp, что и требовалось доказать.

Два модуса, а именно *Baroko* II фигуры и *Bokardo* III фигуры, доказываются посредством приведения к невозможному. Доказательство их ведется методом от противного, т. е. таким методом, когда к посылкам присоединяется в качестве дополнительной посылки высказывание, противоречащее заключению, и из так полученной совокупности высказываний пытаются вывести противоречие — некоторое высказывание и его отрицание. Итак, обоснуем тезис *Baroko* — $Apm, Osm \vdash Osp$. Доказательство будем записывать в виде столбца (последовательности) силлогистических выражений, относительно каждого из которых в правой колонке указывается основание его включения в эту последовательность.

$$\left.\begin{array}{l} 1.\ Apm \\ 2.\ Osm \end{array}\right\} \text{— посылки, которые даны}$$

3. $\neg Osp$ — дополнительная посылка
4. Asp — из 3, по логическому квадрату
5. Asm — *Barbara*, 1, 4
6. $\neg Osm$ — из 5, по логическому квадрату.

Выражения 2 и 6 противоречат друг другу, поэтому наше допущение, что при истинности посылок 1 и 2 может быть истинным утверждение 3, неверно, т. е. $\neg Osp$ является ложным выражением, тогда истинным будет его отрицание. В силу чего имеет место Osp,

7. Osp,

что и требовалось доказать.

§ 5. ТРАДИЦИОННЫЕ СИЛЛОГИСТИКИ С ОТРИЦАТЕЛЬНЫМИ И ЕДИНИЧНЫМИ ТЕРМИНАМИ

До сих пор речь шла лишь о позитивной силлогистике. Однако в традиционной логике содержится и учение о силлогизмах с отрицательными терминами. Для их анализа необходимо различить два вида отрицания. Одно из них — это отрицание именно́е (термальное), которое применяется к терминам и порождает тем самым новые (негативные) термины. Например, термин «человек» является позитивным, а термин «не-человек» — негативным (отрицательным). В качестве знака именно́го отрицания будем использовать знак «¯» (надстрочная черта). Другое отрицание — это пропозициональное отрицание, которое, будучи применено к высказыванию (пропозиции), порождает новое высказывание, являющееся отрицанием первого. Оно будет обозначаться знаком $\neg$.

В категорических высказываниях, когда они приводятся в их традиционной словесной формулировке, имеется еще один знак отрицания, относящийся к связке «есть». Поясним это на примере: в выражении «Неверно, что всякий *S* не есть не-*P*» встречаются три отрицания — «неверно, что...», «не есть» и «не-*P*». Применяя вышеуказанные знаки и заменяя ими первое и третье отрицания, можно записать данное высказывание в форме «$\neg$ Всякий *S* не есть $\bar{P}$». Для отрицательной частицы «не» в составе словосочетания «не есть» специального знака не требуется, так как в принятом символизме его наличие скрыто за знаком функтора. Таким образом, высказывание запишется в виде выражения $\neg E s\bar{p}$.

Негативная силлогистика получается из силлогистики позитивной за счет принятия новой операции — превращения (*obversio*). В учебниках по традиционной логике она трактуется в качестве правила, позволяющего осуществлять преобразования следующего вида:

$$Asp \dashv\vdash Es\bar{p},$$

$$Esp \dashv\vdash As\bar{p},$$
$$Isp \dashv\vdash Os\bar{p},$$
$$Osp \dashv\vdash Is\bar{p}.$$

С помощью превращения и обращения можно получать новые однопосылочные тезисы. Интерес, в частности, представляет преобразование высказываний вида Xsp в высказывания вида $Yp\bar{s}$, $Y\bar{p}s$ и $Y\bar{p}\bar{s}$, где X и Y — любые из функторов A, E, I, O. Преобразование Xsp в $Yp\bar{s}$ называется противопоставлением субъекту, преобразование Xsp и $Y\bar{p}s$ — противопоставлением предикату, а преобразование Xsp в $Y\bar{p}\bar{s}$ — противопоставлением субъекту и предикату (полной контрапозицией, или просто контрапозицией). Чтобы получить противопоставление субъекту, необходимо с исходным высказыванием провести операцию обращения, а с получившимся результатом — операцию превращения. Чтобы осуществить противопоставление предикату, надо поступить в обратном порядке. Для высказываний формы A и O имеют место контрапозиции

$$Asp \dashv\vdash A\bar{p}\bar{s},$$
$$Osp \dashv\vdash O\bar{p}\bar{s}.$$

В традиционной негативной силлогистике существенным является принцип двойного термального отрицания $\bar{\bar{\alpha}}=\alpha$, который разрешает любой произвольный термин с двумя отрицаниями, где бы он ни стоял — на месте субъекта или предиката, — заменять на этот же термин без отрицаний, и наоборот. Это позволяет иметь в тезисах негативной силлогистики не более одного именнóго отрицания над терминами.

В учебниках по традиционной логике в большинстве случаев не отмечается тот важный момент, что пять жергоновских схем (см. рис. 1) оказывается недостаточно для осуществления семантической проверки правильности тезисов негативной силлогистики. Так, легко проверить, что выражения вида $A\bar{s}\bar{p}$, $A\bar{p}\bar{s}$, $E\bar{s}\bar{p}$ и $E\bar{p}\bar{s}$ на каждой жергоновской схеме принимают значение «ложь» и, следовательно, должны быть оценены как никогда не выполняющиеся утверждения, что не соответствует действительности. С другой стороны, выражения $I\bar{s}\bar{p}$, $I\bar{p}\bar{s}$, $O\bar{s}\bar{p}$, $O\bar{p}\bar{s}$ на каждой из схем принимают значение «истина» и должны быть в силу этого отнесены к числу общезначимых утверждений, т. е. к числу логических законов, что абсурдно. Подобные результаты не могут считаться допустимыми и поэтому единственный вывод, который отсюда следует, состоит в признании неудовлетворительности жергоновской семантики для анализа тезисов негативной силлогистики.

Адекватной для этой цели является другая семантика, в которой используются несколько иные схемы. Во-первых, если мы хотим, чтобы термальное отрицание было вполне определенной операцией, мы вынуждены обязательно фиксировать универсум рассуждения. Это означает фактически, что вместо кругов

Эйлера мы имеем дело теперь с диаграммами Венна. Во-вторых, жергоновские пять схем необходимо дополнить двумя новыми схемами. Результатом всех этих преобразований будет построение новой семантики для традиционной негативной силлогистики, содержащей ровно семь модельных схем [15]. Однако можно уменьшить их число и ограничиться лишь шестью схемами.

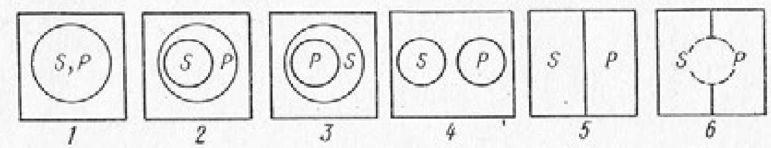


Рис. 4

Дело в том, что четвертая жергоновская схема (см. рис. 1) оказывается излишней, ибо, как легко показать, любое общее высказывание на этой модельной схеме всегда ложно, а любое частное — истинно.

Смысл новых схем 5 и 6 таков: в первом случае универсум рассуждения разбивается ровно на две части так, что пересечение классов S и P пусто, а их объединение исчерпывает универсум; во втором случае объединение классов S и P тоже исчерпывает универсум, однако их пересечение не пусто (на схеме их общая часть показана пунктирной чертой).

Систематический анализ сингулярной силлогистики не входит в круг интересующих нас в данной работе задач. Поэтому ограничимся некоторыми замечаниями, так или иначе связанными с обсуждаемыми вопросами. Прежде всего отметим то обстоятельство, что использование сингулярных имен настолько тесно соотнесено с традиционной логикой, что даже в качестве характерных примеров силлогизмов чаще всего приводятся силлогизмы с единичными терминами. Я. Лукасевич специально обращает внимание на эту особенность традиционного учения о силлогизме, приводя в начале своей книги соответствующий пример [30, с. 33]

Все люди смертны
Сократ — человек

Сократ — смертен.

Приведем еще один силлогизм с единичными терминами, взятый из учебника Г. Челпанова [56, с. 87].

A Кислород поддерживает горение
E Этот газ не поддерживает горения

E Этот газ не есть кислород.

[15] Подобные схемы впервые были предложены Кейнсом [81].

Всякое A есть $B \Leftrightarrow A$, которое есть не-B, не существует,
Всякое A не есть $B \Leftrightarrow AB$ не существует,
Некоторое A есть $B \Leftrightarrow AB$ существует,
Некоторое A не есть $B \Leftrightarrow A$, которое не есть B, существует

С формальной точки зрения определения Лейбница, используя современную символику, можно алгебраически задать так:

$$Asp \Leftrightarrow s \cap \bar{p} = 0,$$
$$Esp \Leftrightarrow s \cap p = 0,$$
$$Isp \Leftrightarrow s \cap p \neq 0,$$
$$Osp \Leftrightarrow s \cap \bar{p} \neq 0.$$

На базе булевой алгебры они являются эквивалентными вышеуказанным.

Вообще, подобная трактовка категорических высказываний была характерна для тех исследователей, усилиями которых создавалась современная символическая логика. Она обнаруживается в трудах де Моргана [73], Брентано [68], Пирса [91], Венна [105], Рассела [111], Гильберта [16] и многих других, поэтому можно предположить, что это не было случайным явлением. Действительно, в научной практике часто встречаются ситуации, когда введение «пустых» объектов (нуля в арифметике, пустого множества в теории множеств и т. д.), а вместе с ними и пустых терминов, позволяет формулировать и доказывать некоторые законы в самой общей форме, без каких-либо оговорок, которые потребовались бы в противном случае. Для этих целей данная трактовка категорических высказываний оказывается очень удобной. Конечно, при этом силлогистика, которая строится на основе данной семантики, является весьма далекой от аристотелевской логики. Так, например, в позитивной ее части обязательно имеется нольпосылочный тезис — закон силлогистического тождества *Ass*, хотя и отсутствует закон тождества в форме *Iss*. Это определяется тем обстоятельством, что в фундаментальной силлогистике нет законов подчинения для высказываний типа *A* и *E*. Вообще, из соотношений, устанавливаемых логическим квадратом, верными оказываются только диагональные отношения. Законы противоречия в форме $\neg(Asp \,\&\, Esp)$ и исключенного третьего $(Isp \vee Osp)$ не имеют места. Что касается двухпосылочных тезисов, т. е. собственно силлогизмов, то проходят лишь модусы с общими заключениями и те модусы с частными заключениями, которые содержат в посылках частные высказывания. Остальные прямые и непрямые модусы «проваливаются».

Фундаментальная позитивная силлогистика была аксиоматизирована И. Бохеньским [64], который принял в качестве аксиом тезисы *Ass*, *Barbara* и *Ferio*. Правилами вывода в его системе являются U, M, K, T.

Уже Лейбницем было замечено, что описываемое понимание категорических высказываний не позволяет получить многие модусы, которые Аристотелем рассматривались как правильные. Поэтому он попытался добиться совпадения с аристотелевской силлогистикой за счет введения требования о непустоте субъектов для общих высказываний (см. [47, с. 235]). Иначе говоря, им были предложены следующие условия истинности для силлогистических высказываний:

$$Asp \Leftrightarrow s \cap p = s \,\&\, s > 0 - \{4, 8, 9, 11\},$$
$$Esp \Leftrightarrow s \cap p = 0 \,\&\, s > 0 - \{3, 6, 12, 14\},$$
$$Isp \Leftrightarrow s \cap p > 0 - \{4, 7-11, 13, 15\},$$
$$Osp \Leftrightarrow s \cap p < s - \{3, 6, 7, 10, 12-15\}.$$

Так как эта система более тесно соотносится с аристотелевской силлогистикой в том смысле, что здесь удается обосновать почти все двухпосылочные аристотелевские тезисы, ее стали рассматривать за выражение точки зрения самого Аристотеля, который якобы накладывал условие о непустоте терминов на общие высказывания. Наиболее подробно концепция силлогизма, основанная на данной семантике, была развита Б. Больцано, поэтому мы называем ее силлогистикой Больцано. В своей работе «Наукоучение», развивая логическую систему, которая является более богатой, чем собственно силлогистика (последняя составляет лишь фрагмент его общей дедуктивной теории), он вводит свойства «предметность» и «беспредметность», выступающие характеристиками того, что Больцано называет «понятиями» или «представлениями». «Под предметностью (реальностью) представлений, — говорит Больцано, — я понимаю ни что иное, как то, что соответствующие им предметы даны (существуют)» [54, с. 111]. В этом смысле «беспредметность» выступает как свойство, противоположное свойству «предметности». Далее он задает условия истинности для высказываний *Asp* и *Isp*. Первое из них является истинным, если выполняются следующие два условия: во-первых, требуется, чтобы субъектное представление *S* имело предметность, и, во-вторых, субъектному представлению *S* должно быть присуще свойство, обозначаемое предметным представлением *P* (см. [54, с. 118]). Частноутвердительное высказывание *Isp* задается условием *S*, которое есть *P*, имеет предметность (см. [54, с. 116]).

Больцано сразу же задает свою систему силлогистики как негативную, т. е. как силлогистику с отрицательными терминами. Это является для него существенным моментом, так как, приняв в качестве основных высказывательных форм *Asp* и *Isp*, он далее определяет *Esp* и *Osp* с использованием отрицательных терминов:

$$Esp \underset{Df}{\Leftrightarrow} As\bar{p},$$

$$Osp \underset{Df}{\Leftrightarrow} Is\bar{p}.$$

В дедуктивной части этой силлогистики из числа нольпосылочных тезисов оказываются верным $\vdash \neg Is\bar{s}$ и $\vdash \neg Oss$.

Однако отсюда нельзя сделать вывод, что принимаются тезисы Ass и $Es\bar{s}$, так как в логике Больцано соотношения логического квадрата не выполняются в полном объеме. Верными оказываются лишь диагональные отношения

$$\frac{Asp}{\neg Osp},\ \frac{Esp}{\neg Isp},\ \frac{Isp}{\neg Esp},\ \frac{Osp}{\neg Asp},$$

но не наоборот. Отношения подчинения между A и I, с одной стороны, и E и O — с другой, выполняются, но не имеет места E-конверсия. Это является причиной невыводимости в данной силлогистике модусов *Camenos, Camenes, Celantos, Celantes.*

Аксиоматизация позитивной силлогистики Больцано на базе исчисления высказываний была предложена В. Маркиным [32]. Аксиомами являются:

0. классическая логика высказываний

1. *Barbara*	2. *Datisi*
3. $Isp \supset \neg Esp$	4. $Osp \supset \neg Asp$
5. $(\neg Isp \,\&\, Ass) \supset Esp$	6. $(\neg Osp \,\&\, Ass) \supset Asp$
7. $Asp \supset Isp$	8. $Isp \supset Ass$
9. $Esp \supset Osp$	10. $Osp \supset Ass$

Правила вывода: *modus ponens*, правила именной и пропозициональной подстановки.

Весьма оригинальной силлогистической системой является силлогистика Л. Кэррола [26]. Наиболее интуитивно приемлемым он считает такое понимание смыслов категорических высказываний, когда условие о непустоте субъекта не накладывается лишь на общеотрицательные высказывания [3]. В терминах алгебры эта семантика может быть задана так:

$$Asp \Leftrightarrow s \cap p = s \,\&\, s > 0 - \{4, 8, 9, 11\},$$
$$Esp \Leftrightarrow s \cap p = 0 - \{1, 3, 5, 6, 12, 14\},$$
$$Isp \Leftrightarrow s \cap p > 0 - \{4, 7-11, 13, 15\},$$
$$Osp \Leftrightarrow s \cap p < s - \{3, 6, 7, 10, 12-15\}.$$

Кэррол строит силлогистику сразу же с отрицательными терминами. Он совершенно не интересуется непосредственными умозаключениями, сосредоточивая внимание на анализе n-посылочных тезисов ($n \geqslant 2$). Тем не менее, исходя из приведенной семантики, становится очевидным, что в системе Кэррола содержатся нольпосылочные тезисы вида $\vdash Es\bar{s}$, $\vdash \neg Is\bar{s}$, $\vdash \neg Oss$. Соотношения по логическому квадрату в полном объеме не выполняются. В частности, имеет место только подчинение $Asp \vdash Isp$, но отсутствует подчинение $Esp \vdash Osp$.

Л. Кэррол с помощью специально разработанного им метода индексов, который мы рассматривать не будем, предпринял попытку аксиоматизировать свою силлогистику для n-посылочных силлогизмов ($n \geqslant 2$). Им был предложен также специальный метод разрешения для такого сорта силлогизмов. Аксиоматизация позитивной силлогистики Кэррола на основе исчисления высказываний была предложена В. Маркиным [32]. Аксиомами этой силлогистики являются:

0. классическая логика высказываний

1. *Barbara*	2. *Datisi*
3. $Isp \equiv \neg Esp$	4. $Osp \supset \neg Asp$
5. $(\neg Osp \,\&\, Ass) \supset Asp$	6. $Asp \supset Isp$
7. $Isp \supset Ass$	8. $Osp \supset Ass$

Правила вывода: *modus ponens*, правила именной и пропозициональной подстановки.

Следующей системой, требующей специального анализа, является силлогистика Я. Лукасевича [30], которая строится как аксиоматика на базе логики высказываний. Ее аксиомами являются:

0. классическая логика высказываний

1. Ass	2. Iss
3. *Barbara*	4. *Datisi*

Правила вывода: *modus ponens*, правила подстановки для именных и пропозициональных переменных. Принимаются также обычные определения для E и O. Лукасевич показывает выводимость в этой системе всех известных в традиционной логике прямых модусов, законов подчинения и законов обращения.

Исторический парадокс, связанный с этой силлогистикой, состоит в том, что автор, совершенно справедливо поставив вопрос о необходимости строгого отличения силлогистики Аристотеля от традиционной, на самом деле, если говорить несколько вольно, формализовал не концепцию Аристотеля, как он предполагал, а как раз традиционную силлогистику. Различие между этими двумя логиками проходит (если не касаться вопроса об использовании отрицательных терминов и целого ряда иных моментов, на которые было указано в предыдущей главе) по линии отношения к высказываниям вида Ass и Iss. Аристотель не принимает их в качестве законов, в то время как в традиционной логике они явно принимаются, поэтому Лукасевич движется в русле традиционной концепции силлогистики, когда берет эти выражения в качестве тезисов своей системы.

Однако в подходе Лукасевича имеется еще один аспект, делающий его систему, строго говоря, отличной не только от аристотелевской, но даже от традиционной силлогистики. Мы имеем в виду использование им в качестве фундамента построения логики высказываний. В принципе, если бы Лукасевич не считал свою систему реконструкцией аристотелевской силлогистики, против этого трудно было бы возражать. В таком случае рассматривалась бы просто специальная силлогистическая теория и ничего больше. Но уж коль речь идет о прояснении взглядов самого Аристотеля, то данная система не может счи-

[3] Семантика такого вида рассматривалась также Е. Слупецким [98].

таться тождественной аристотелевской, причем различия здесь весьма существенны.

Действительно, в силлогистиках, которые строятся на базе логики высказываний, любое доказанное утверждение должно трактоваться как силлогистический тезис. Означает ли это, что таким же образом будет обстоять дело и в том случае, когда силлогистическая система надстраивается над логикой высказываний? Например, в логике высказываний доказуема формула $p\supset((p\supset q)\supset q)$. Осуществляя подстановку вместо p и q категорических высказываний, можно получить выражение: $Isp\supset((Isp\supset Osm)\supset Osm)$. Должны ли мы считать это выражение тезисом силлогистики или нужно принять другую позицию, объявив силлогистическими тезисами только формулы специального вида, например, только формулы вида $(A_1\& A_2\& \dots \& A_n)\supset$ $\supset B$, где $A_1, \dots, A_n$, B — силлогистические высказывания?

Ясно одно — совокупность тезисов силлогистик, не строящихся на базе логики высказываний, всегда является подмножеством тех утверждений, содержащих лишь категорические высказывания, которые доказуемы в соответствующих силлогистиках с учетом аппарата логики высказываний. С точки зрения исторических реконструкций, независимо от того, будут ли это аристотелевская или традиционная силлогистики, интерес представляют системы первого типа, а с общетеоретической — второго. Поэтому с учетом сказанного на систему Я. Лукасевича следует смотреть как на вполне самостоятельную силлогистическую теорию, которая с общетеоретических позиций описывает позитивную часть традиционной логики. Что же касается аксиоматизации традиционной позитивной силлогистики, строящейся без использования аппарата логики высказываний, то в качестве таковой может быть принята предложенная П. Томом система A, которая получается из системы C добавлением нольпосылочного тезиса Ass. Аналогичная система негативной традиционной силлогистики может быть аксиоматизирована, например, следующими постулатами [4]:

$$\frac{}{Ass},\ \frac{}{Iss},\ Ferio,\ \mathbf{U}_n,\ \mathbf{M},\ \mathbf{K},\ \mathbf{T},\ \mathbf{DN},\ Esp \underset{Df}{\Leftrightarrow} As\,\bar{p}.$$

Семантика для традиционной силлогистики была предложена Смитом [101], Яськовским [79], Виеру [106]. В терминах алгебры она выглядит так:

$$Asp\Leftrightarrow s=p\vee(s\cap p=s\,\&\,s>0\,\&\,\bar{p}>0)\ \text{— \{1, 4, 9, 11\}},$$
$$Esp\Leftrightarrow s=\bar{p}\vee(s\cap p=0\,\&\,s>0\,\&\,p>0)\ \text{— \{2, 3, 12, 14\}},$$
$$Isp\Leftrightarrow s\neq\bar{p}\,\&(s\cap p>0\vee s=0\vee p=0)\text{— \{1, 4—11, 13, 15\}}.$$
$$Osp\Leftrightarrow s\neq p\,\&(s\cap p<s\vee s=0\vee\bar{p}=0)\text{— \{2, 3, 5—8, 10, 12—15\}}.$$

Нетрудно показать, что данная интерпретация удовлетворяет

[4] См. [87]. Известны также другие аксиоматизации негативной традиционной силлогистики, построенные Ведбергом [110] и Томасом [104].

тезисам как позитивной, так и негативной традиционной логики. В частности, здесь будут правомерными все принципы превращения в их традиционной форме.

Для позитивной части традиционной логики могут быть предложены еще две интерпретации категорических высказываний:

$$\text{(I)}\quad \begin{aligned}&Asp\Leftrightarrow s=p\vee(s\cap p=s\,\&\,s>0)\text{ — \{1, 4, 8, 9, 11\}},\\ &Esp\Leftrightarrow s\neq p\,\&(s\cap p=0)\text{ — \{2, 3, 5, 6, 12, 14\}},\\ &Isp\Leftrightarrow s=p\vee(s\cap p>0)\text{ — \{1, 4, 7—11, 13, 15\}},\\ &Osp\Leftrightarrow s\neq p\,\&(s\cap p<s\vee s=0)\text{ —}\\ &\text{\{2, 3, 5—7, 10, 12—15\}}.\end{aligned}$$

$$\text{(II)}\quad \begin{aligned}&Asp\Leftrightarrow s=p\vee(s\cap p=s\,\&\,s>0\,\&\,\bar{p}>0)\text{ —}\\ &\text{\{1, 4, 9, 11\}},\\ &Esp\Leftrightarrow s\neq p\,\&(s\cap p=0)\text{ — \{2, 3, 5, 6, 12, 14\}},\\ &Isp\Leftrightarrow s=p\vee(s\cap p>0)\text{ — \{1, 4, 7—11, 13, 15\}},\\ &Osp\Leftrightarrow s\neq p\,\&(s\cap p<s\vee s=0\vee\bar{p}=0)\text{ —}\\ &\text{\{2, 3, 5—8, 10, 12—15\}}.\end{aligned}$$

Эти две семантики дают те же результаты, что и семантика Яськовского, Смита, Виеру. Но на области отрицательных терминов они задают разные классы негативных тезисов. Так, в первой (I) и второй (II) семантиках принципы превращения верны лишь в аристотелевском смысле. Между собой же они отличаются тем, что в семантике (II) имеют место принципы контрапозиции

$$Asp \dashv\vdash A\bar{p}\bar{s},$$
$$Osp \dashv\vdash O\bar{p}\bar{s}.$$

Последнее говорит об особых типах силлогистических теорий, связанных с интерпретациями (I) и (II), которые можно аксиоматизировать на базе классической логики высказываний следующими системами:

АЛ' (для семантики (I))

0. классическая логика	1. Ass
2. $(Amp\,\&\,Asm)\supset Asp$	3. Iss
4. $(Amp\,\&\,Ims\supset Isp$	5. $Asp\supset Es\bar{p}$.

Правилами вывода являются: *modus ponens*, именная и пропозициональная подстановки и снятие двойного отрицания. Принимаются обычные определения для E и O.

Система *АЛ''*, аксиоматизирующая семантику (II), получается за счет добавления к *АЛ'* в качестве аксиомы тезиса $Asp\supset A\bar{p}\bar{s}$ [5].

[5] Все интерпретации для традиционной силлогистики, рассмотренные выше, расходятся с обычным для этой логики пониманием категорических высказываний как таких выражений, которые верны лишь для непустых и неуниверсальных терминов. В соответствии с этими интерпретациями традиционная силлогистика становится неэкзистенциальной системой, так как использование пустых терминов здесь ничем не ограничено. Все необходимые ограничения введены в условия истинности высказываний. Семантика, более

В данном очерке о различных силлогистических теориях имеет смысл еще раз вернуться к аристотелевской силлогистике и рассмотреть те ее построения, в которых используется аппарат логики высказываний. Позитивная аристотелевская силлогистика этого сорта была аксиоматизирована В. А. Смирновым и представлена им в виде системы $C2$. Ее аксиомами являются:

0. классическая логика   1. *Barbara*
2. *Celarent*   3. $Asp \supset Isp$
4. $Esp \supset Eps$ 5. $Isp \supset Ass$

Правила вывода и определения обычные. Негативная аристотелевская силлогистика этого типа может быть представлена системой $NC2$, аксиомами которой являются:

0. классическая логика
1. $(Emp \& Asm) \supset As\bar{p}$ 2. $Es\bar{s}$
3. $(Emp \& Ism) \supset Is\bar{p}$ 4. $Os\bar{s}$
5. $Asp \supset Es\bar{p}$ 6. $Isp \supset Ass$

Укажем также, что для аристотелевской силлогистики может быть альтернативно предложена еще одна интерпретация, удовлетворяющая всем рассмотренным принципам его логики:

$$Asp \Leftrightarrow s \cap p = s \,\&\, s > 0 \,\&\, \bar{p} > 0 — \{9, 11\},$$
$$Esp \Leftrightarrow s \cap p = 0 — \{1—3, 5, 6, 12, 14\},$$
$$Isp \Leftrightarrow s \cap p > 0 — \{4, 7—11, 13, 15\},$$
$$Osp \Leftrightarrow s \cap p < s \vee s = 0 \vee \bar{p} = 0 — \{1—8, 10, 12—15\}.$$

Ее отличие от семантики, которая до сих пор атрибутировалась аристотелевской логике, состоит только в том, что теперь оказываются выполнимыми принципы контрапозиции для высказываний типа A и O. Позитивная силлогистика на основе данной семантики была аксиоматизирована В. А. Смирновым как система $C1$:

0. классическая логика
1. *Barbara*   2. *Celarent*
3. $Asp \supset Isp$ 4. $Esp \supset Eps$

О. Ф. Серебрянников показал необходимость пополнения аксиом формулой $Asp \supset (Ass \& App)$. Негативная силлогистика этого типа аксиоматизируется системой $NC1$;

0. классическая логика   1. $Es\bar{s}$
2. $(Amp \& Asm) \supset As\bar{p}$ 3. $Asp \supset Isp$
4. $(Emp \& Ism) \supset Is\bar{p}$ 5. $Asp \supset Es\bar{p}$
6. $Asp \supset A\bar{p}\bar{s}$ 7. $Asp \supset (Ass \& App)$

близкая к обычному истолкованию традиционной силлогистики, была предложена Т. Смайли, который осуществил ее перевод в многосортное исчисление предикатов. Однако круг проблем, встающий в этой связи, выходит за рамки данной работы, поэтому мы отсылаем читателя к статьям самого Т. Смайли (см. [99], [100]).

Еще одна интересная силлогистическая система была предложена В. А. Смирновым [44]. Это система $C3$, получающаяся из $C1$ присоединением к ней аксиомы Iss. О. Ф. Серебрянников и В. И. Маркин отметили необходимость ее восполнения аксиомами $Asp \supset (Ass \& App)$ и $Esp \supset Ass$. Предложенная для нее В. А. Смирновым семантика (аналогичные семантические соображения обсуждались в работах Дж. Миллера [88] и А. Стравсона [102]), будучи выражена в алгебраической форме, имеет следующий вид:

$$Asp \Leftrightarrow s \cap p = s \,\&\, s > 0 \,\&\, \bar{p} > 0 — \{9, 11\},$$
$$Esp \Leftrightarrow s \cap p = 0 \,\&\, s > 0 \,\&\, p > 0 — \{12, 14\},$$
$$Isp \Leftrightarrow s \cap p > 0 \vee s = 0 \vee p = 0 — \{1—11, 13, 15\},$$
$$Osp \Leftrightarrow s \cap p < s \vee s = 0 \vee \bar{p} = 0 — \{1—8, 10, 12—15\}.$$

В данной семантике законы превращения даны в традиционной формулировке, но закон силлогистического тождества не выполняется для высказываний типа A.

Наконец, категорические высказывания можно проинтерпретировать следующим образом:

$$Asp \Leftrightarrow s = p \vee (s \cap p = s \,\&\, s > 0) — \{1, 4, 8, 9, 11\},$$
$$Esp \Leftrightarrow s \neq p \,\&\, (s \cap p = 0 \,\&\, s > 0) — \{3, 6, 12, 14\},$$
$$Isp \Leftrightarrow s = p \vee (s \cap p > 0 \vee s = 0) — \{1, 2, 4, 5, 7—11, 13, 15\},$$
$$Osp \Leftrightarrow s \neq p \,\&\, (s \cap p < s \vee s = 0) — \{2, 3, 5—7, 10, 12—15\}.$$

Здесь законы силлогистического тождества для A и I выполняются, но принципы превращения позволяют переходить лишь от отрицательных высказываний к утвердительным [6].

§ 2. ПОЛНОТА И НЕПРОТИВОРЕЧИВОСТЬ $C2$

Для всех рассмотренных выше систем вопрос об их непротиворечивости решается достаточно просто, так как для каждой из них были предложены соответствующие семантики, которые с синтаксической точки зрения представляют собой переводы выражений силлогистики на язык элементарной булевой алгебры (булевой решетки) [7]. Это означает, что каждый перевод является функцией ψ, такой, что если B — выражение силлогистики, то $\psi(B)$ — ее перевод. Тогда для доказательства непротиворечивости некоторой силлогистики S достаточно показать, что если произвольное выражение B доказуемо в S, то его перевод $\psi(B)$ будет доказуем в теории S^*, т. е. необходимо доказать метатеорему:

$$(1) \quad \vdash_S B \Rightarrow \vdash_{S^*} \psi(B).$$

[6] См. по этому поводу [62].

[7] Каждый из приводимых переводов легко преобразуется в перевод в язык исчисления предикатов, поэтому можно считать, что наряду с алгебраической семантикой для силлогистики даются и их кальки в первопорядковую логику предикатов.

Далее, если известно, что S^* — непротиворечивая теория (а элементарная булева алгебра и исчисление предикатов таковы), то это говорит и о непротиворечивости S:

$$(2)\ \underset{S}{\vdash} B \Rightarrow \underset{S}{\models} B,$$

т. е. каждое доказуемое в S выражение B является общезначимым в S.

Сложнее обстоит дело с доказательством полноты силлогистик относительно предложенных для них семантик. Действуя указанным способом, для этого нужно было бы доказать метатеорему

$$(3)\ \underset{S}{\models} B \Rightarrow \underset{S}{\vdash} B,$$

или, исходя из вышеприведенных разъяснений, метатеорему

$$(4)\ \underset{S^*}{\vdash} \psi(B) \Rightarrow \underset{S}{\vdash} B.$$

Иначе говоря, чтобы показать полноту и непротиворечивость силлогистической системы S, необходимо и достаточно относительно какой-либо полной и непротиворечивой системы S^* показать справедливость метатеоремы

$$(5)\ \underset{S}{\vdash} B \Leftrightarrow \underset{S^*}{\vdash} \psi(B),$$

которая представляет собой так называемую теорему о погружении одной системы (в данном случае S) в другую (S^*). Однако такой путь обоснования полноты является достаточно громоздким, поэтому мы воспользуемся им лишь в § 4 данной главы при рассмотрении вопроса об эквивалентности булевой алгебры и некоторой силлогистической теории. В данном же параграфе для доказательства полноты аристотелевской позитивной силлогистики $C2$ мы используем более простой и непосредственный метод Хенкина[8].

Чтобы исключить применение правил именной и пропозициональной подстановок, $C2$ строится теперь с использованием схем-аксиом. Алфавит системы содержит бесконечное число термальных переменных $s_1, s_2, s_3, \ldots$; два силлогистических функтора — A и I; пропозициональные связки $\&, \vee, \supset, \urcorner$ и скобки. С помощью обычных определений задаются функторы E и O. Единственным правилом вывода является *modus ponens*. Схемами-аксиом будут:

0. схемы-теорем логики высказываний

1. $(A\,\alpha\beta \;\&\; A\,\gamma\alpha) \supset A\,\gamma\beta$ 2. $A\,\alpha\beta \supset I\,\alpha\beta$
3. $(E\,\alpha\beta \;\&\; A\,\gamma\alpha) \supset E\,\gamma\beta$ 4. $E\,\alpha\beta \supset E\,\beta\alpha$
5. $I\,\alpha\beta \supset A\,\alpha\alpha$

[8] Впервые он был приспособлен и применен для указанной цели В. И. Маркиным. См. по этому поводу его работу [32].

В качестве модели для $C2$ берется упорядоченная пара $\langle D, \varphi \rangle$, где D — произвольное непустое множество[9], а φ — функция, приписывающая переменным языка некоторый подкласс из D, т. е. $\varphi(\alpha) \subseteq D$. Оценкой при данной модели называется функция, отображающая множество всех силлогистических формул языка $C2$ в множество $\{0, 1\}$ и удовлетворяющая условиям:

1. $|A\,\alpha\beta|^{\varphi}_{D} = 1 \Leftrightarrow \varphi(\alpha) \subseteq \varphi(\beta)$ и $\varphi(\alpha) \neq \varnothing$
2. $|I\,\alpha\beta|^{\varphi}_{D} = 1 \Leftrightarrow \varphi(\alpha) \cap \varphi(\beta) \neq \varnothing$
3. $|E\,\alpha\beta|^{\varphi}_{D} = 1 \Leftrightarrow \varphi(\alpha) \cap \varphi(\beta) = \varnothing$
4. $|O\,\alpha\beta|^{\varphi}_{D} = 1 \Leftrightarrow \varphi(\alpha) = \varnothing$ или неверно, что $\varphi(\alpha) \subseteq \varphi(\beta)$
5. $|C \& B|^{\varphi}_{D} = 1 \Leftrightarrow |C|^{\varphi}_{D} = 1$ и $|B|^{\varphi}_{D} = 1$
6. $|C \vee B|^{\varphi}_{D} = 1 \Leftrightarrow |C|^{\varphi}_{D} = 1$ или $|B|^{\varphi}_{D} = 1$
7. $|C \supset B|^{\varphi}_{D} = 1 \Leftrightarrow |C|^{\varphi}_{D} = 0$ или $|B|^{\varphi}_{D} = 1$
8. $|\urcorner C|^{\varphi}_{D} = 1 \Leftrightarrow |C|^{\varphi}_{D} = 0$

Формула B называется общезначимой, если она оценивается как истинная (принимает значение 1) при любом выборе непустого множества D и функции φ. Тот факт, что формула B общезначима, будем обозначать записью: $\models B$.

Пункты 1—4 являются буквальными теоретико-множественными кальками тех определений функторов A, E, I, O, которые уже приводились в связи с анализом силлогистики $C2$. Это позволяет нам считать, что для $C2$ имеет место метатеорема о непротиворечивости относительно данной семантики (строгое обоснование этого утверждения будет дано в § 4 настоящей главы).

Используя гёделевскую нумерацию выражений $C2$[10], можно организовать пересчет всех формул системы — $F_1, F_2, F_3, \ldots$ Назовем произвольное множество формул $\Delta = \{A_1, A_2, \ldots\}$ противоречивым, если найдется такое конечное подмножество Γ множества Δ, что $\Gamma \underset{C_2}{\vdash} B \& \urcorner B$. В противном случае будем говорить, что множество Δ непротиворечиво. Множество Δ будем называть максимальным, если для любой формулы B языка $C2$ выполняется условие: или $B \in \Delta$, или $\urcorner B \in \Delta$.

Лемма 1. Любое непротиворечивое множество Δ формул языка $C2$ может быть расширено до максимального непротиворечивого множества.

Для доказательства этой леммы, как обычно, строится последовательность множеств $\Delta_0, \Delta_1, \Delta_2, \ldots$, такая, что:

1. $\Delta_0 = \Delta$
2. $\Delta_{n+1} = \begin{cases} \Delta_n, & \text{если } \Delta_n \cup \{F_n\} \text{ — противоречиво} \\ \Delta_n \cup \{F_n\}, & \text{если } \Delta_n \cup \{F_n\} \text{ — непротиворечиво} \end{cases}$

[9] Имеется принципиальная возможность перестроить доказательство так, чтобы оно проходило и при пустом D.

[10] Здесь и далее в этой главе мы будем зачастую лишь упоминать пе-

Так как исходное множество Δ по условию непротиворечиво, то по построению будет непротиворечивым и каждое множество Δ_i из данной последовательности. Но тогда непротиворечивым будет и множество $\Delta^* = \bigcup\limits_{i=0}^{\infty} \Delta_i$, ибо в противном случае некоторое множество Δ_i оказалось бы противоречивым, а это невозможно. Множество Δ^* является также и максимальным. В самом деле, допустим, нашлась бы формула B, такая, что $B \notin \Delta^*$ и $\neg B \notin \Delta^*$. Так как $B \asymp F_i$ для некоторого $i \geqslant 0$ пересчета $F_1, F_2, F_3, \ldots$, то $B \notin \Delta_{i-1}$, $\neg B \notin \Delta_{i-1}$ и $\Delta_{i-1} \cup \{B\}$ противоречиво и $\Delta_{i-1} \cup \{\neg B\}$ противоречиво. Но тогда $\Delta_{i-1} \cup \cap \{B \vee \neg B\}$ тоже противоречиво, а следовательно, противоречивым будет и множество Δ_{i-1}. Последнее не согласуется с ранее доказанным утверждением о непротиворечивости каждого множества Δ_i в указанной их последовательности.

Добавим к языку L системы $C2$ бесконечный список непустых именных констант $c_1, c_2, c_3, \ldots$ Получающуюся таким образом силлогистику с языком $L' = L \cup \{c_1, c_2, \ldots\}$ назовем системой $C'2$. Ее аксиомами будут все аксиомы $C2$, а также все частные случаи схем-аксиом, содержащие именные константы. Легко показать, что силлогистика $C'2$ непротиворечива. Действительно, если допустить противоположное, то для некоторой формулы B существовал бы вывод в $C'2$ формулы $B \& \neg B$. Заменяя в этом выводе каждую именную константу отсутствующей в выводе переменной языка L, мы осуществили бы выведение противоречия в $C2$, а это невозможно, так как силлогистика $C2$ непротиворечива.

Назовем множество формул Δ языка L термально замкнутым, если одновременно с каждой формулой $I\alpha\beta \in \Delta$ в этом множестве будет содержаться и формула $Ac_i\beta \& Ac_i\alpha$, где c_i — некоторая именная константа языка L'.

Лемма 2. Каждое непротиворечивое множество формул языка L может быть расширено до непротиворечивого термально замкнутого множества формул языка L'.

Пусть Δ будет непротиворечивым множеством формул языка L. Образуем пересчет $I(1), I(2), \ldots$ всех формул вида $I\alpha\beta$, содержащихся в Δ. Поставим в соответствие каждой формуле $I(n)$ формулу $Ac_n\beta \& Ac_n\alpha$, которую обозначим через (S_n). Построим последовательность множеств $\Delta_0, \Delta_1, \Delta_2, \ldots$, такую, что:

1. $\Delta_0 = \Delta$
2. $\Delta_n = \Delta_{n-1} \cup \{S_n\}$

Пусть далее $\Delta_\infty = \bigcup\limits_{i=0}^{\infty} \Delta_i$. Это множество как раз и будет искомым непротиворечивым термально замкнутым множеством формул языка L'. Условие о термальной замкнутости выполняется по построению, поэтому остается показать непротиворечивость Δ_∞. Но допущение противоречивости Δ_∞ указывало бы на существование конечного подмножества Γ множества Δ_∞ и формулы B таких, что $\Gamma \underset{C'2}{\vdash} B \& \neg B$. Очевидно, что в Γ может содержаться только конечное число формул вида (S_n), в силу чего противоречивым должно было бы оказаться уже некоторое множество Δ_n. Поэтому если удастся показать непротиворечивость каждого Δ_i из последовательности $\Delta_0, \Delta_1, \Delta_2, \ldots$, то тем самым будет показана непротиворечивость и Δ_∞. Обоснование данного положения ведется по индукции.

Множество $\Delta_0 = \Delta$ является непротиворечивым. Пусть Δ_{n-1} тоже будет непротиворечивым, а Δ_n — противоречивым. Тогда в Δ_n должно существовать конечное подмножество Γ и из Γ и (S_n) должна выводиться противоречивая формула $B \& \neg B$. Отсюда по *reductio ad absurdum* получаем, что $\Gamma \vdash \neg (S_n)$. При этом в Γ нет ни одной формулы, содержащей константу c_n. Последнее вытекает из способа построения множества Δ_n, отличающегося от Δ_{n-1} только лишь формулой $Ac_n\beta \& Ac_n\alpha$, где c_n — новая константа. Поэтому $\Gamma \subset \Delta_{n-1}$. Учитывая теперь особенности аксиоматики $C2$, вывод $\Gamma \vdash \neg (S_n)$ можно построить тремя способами.

(1) Формула $Ac_n\beta \& Ac_n\alpha \supset I\alpha\beta$ представляет собой частный случай модуса *Darapti* и является теоремой $C2$. Отсюда следует, что $\Gamma \vdash Ac_n\beta \& Ac_n\alpha \supset I\alpha\beta$ и по контрапозиции получаем: $\Gamma \vdash \neg I\alpha\beta \supset \neg (Ac_n\beta \& Ac_n\alpha)$. Если теперь допустить наличие в Γ формулы $\neg I\alpha\beta$, то по *modus ponens* будет верна и выводимость $\Gamma \vdash \neg (Ac_n\beta \& Ac_n\alpha)$. Однако в таком случае множество Δ_{n-1} оказалось бы противоречивым, так как одновременно содержало бы формулы $I\alpha\beta$ и $\neg I\alpha\beta$.

(2) Формула $Ac_n\alpha \supset A\alpha\alpha$ является частным случаем теоремы $C2$. Поэтому $\Gamma \vdash Ac_n\alpha \supset A\alpha\alpha$, и по контрапозиции $\Gamma \vdash \neg A\alpha\alpha \supset \neg Ac_n\alpha$. Отсюда по теореме логики высказываний $\neg B \supset \neg (C \& B)$ следует выводимость

$$\Gamma \vdash \neg A\alpha\alpha \supset \neg (Ac_n\beta \& Ac_n\alpha).$$

Если теперь допустить наличие в Γ формулы $\neg A\alpha\alpha$, то по *modus ponens* получим: $\Gamma \vdash \neg (Ac_n\beta \& Ac_n\alpha)$. Однако в этом случае множество Δ_{n-1} оказалось бы противоречивым, ибо имело бы место: $\Delta_{n-1} \vdash A\alpha\alpha \& \neg A\alpha\alpha$. Действительно, второй член конъюнкции выводится из Δ_{n-1} по предположению $\neg A\alpha\alpha \in \Gamma$, а $\Gamma \subseteq \Delta_{n-1}$. Первый же член выводим потому, что $I\alpha\beta \in \Delta$, $\Delta \subseteq \Delta_{n-1}$ и $I\alpha\beta \supset A\alpha\alpha$. Аналогичным образом рассматривается случай (3), когда приходится предполагать наличие в Γ формулы $\neg A\beta\beta$. На этом доказательство леммы 2 завершается.

Рассмотрим теперь следующую конструкцию. Пусть Δ будет множеством всех частных случаев схем-аксиом системы $C2$ язы-

которые шаги доказательства, что связано либо с их простотой и очевидностью, либо делается из соображений экономии.

ка L. Оно непротиворечиво, так как $C2$ — непротиворечивая силлогистическая теория. По лемме 1 для Δ существует его максимальное и непротиворечивое расширение Δ^*, для которого лемма 2 гарантирует существование термально замкнутого и непротиворечивого множества формул Δ^*_∞ языка L'. Наконец, по этому последнему множеству образуем, используя вновь лемму 1, его максимальное и непротиворечивое расширение в языке L'. Обозначим так полученное множество через Δ_ω, которое будет одновременно максимальным, термально замкнутым и непротиворечивым.

Множество Δ_ω обладает обычными для такого объекта свойствами, доказательство которых опускается:

(а) Если $A_1, A_2, ..., A_n \in \Delta_\omega$ и $A_1, ..., A_n \vdash A$, то $A \in \Delta_\omega$;
в частном случае, если $\vdash A$, то $A \in \Delta_\omega$,
(б) $A_1 \& A_2 \in \Delta_\omega \Leftrightarrow A_1 \in \Delta_\omega$ и $A_2 \in \Delta_\omega$,
(в) $A_1 \vee A_2 \in \Delta_\omega \Leftrightarrow A_1 \in \Delta_\omega$ или $A_2 \in \Delta_\omega$,
(г) $A_1 \supset A_2 \in \Delta_\omega \Leftrightarrow \neg A_1 \in \Delta_\omega$ или $A_2 \in \Delta_\omega$,
(д) $\neg A_1 \in \Delta_\omega \Leftrightarrow A_1 \notin \Delta_\omega$.

Кроме указанных свойств, множество Δ_ω обладает еще одним свойством

(е) $I\alpha\beta \in \Delta_\omega \Leftrightarrow (Ac\beta \,\&\, Ac\alpha) \in \Delta_\omega$,

где c — некоторая именная константа из списка c_1, c_2, ...

Лемма 3. На множестве Δ_ω можно задать модель $\langle D', \varphi' \rangle$ и определить функцию оценки формул языка L', такие, что для любой формулы B будет верно:

$$|B|^{\varphi'}_{D'} = 1 \Leftrightarrow B \in \Delta_\omega.$$

В качестве требуемой по этой лемме модели берется упорядоченная пара $\langle D', \varphi' \rangle$, где D' — множество именных переменных и констант языка L', а φ' определяется условиями: $\varphi'(c_i) = c_i$ и $\varphi'(\alpha) = \{\gamma | A\gamma\alpha \in \Delta_\omega\}$. По определению принимается, что формулы Ac_ic_j и Ic_ic_j являются истинными тогда и только тогда, когда они содержатся в Δ_ω. Истинность остальных формул задается функцией оценки:

$|A c \alpha|^{\varphi'}_{D'} = 1 \Leftrightarrow c \in \varphi'(\alpha)$,
$|A \alpha c|^{\varphi'}_{D'} = 1 \Leftrightarrow \forall \gamma (A \gamma\alpha \in \Delta_\omega \supset A \gamma c \in \Delta_\omega)$ и $\varphi'(\alpha) \neq \varnothing$,
$|A \alpha\beta|^{\varphi'}_{D'} = 1 \Leftrightarrow \varphi'(\alpha) \subseteq \varphi'(\beta)$ и $\varphi'(\alpha) \neq \varnothing$,
$|I c \alpha|^{\varphi'}_{D'} = 1 \Leftrightarrow \exists \sigma (\sigma \in \varphi'(\alpha) \,\&\, Ic\sigma \in \Delta_\omega)$,
$|I \alpha c|^{\varphi'}_{D'} = 1 \Leftrightarrow \exists \sigma (\sigma \in \varphi'(\alpha) \,\&\, I\sigma c \in \Delta_\omega)$,
$|I \alpha\beta|^{\varphi'}_{D'} = 1 \Leftrightarrow \varphi'(\alpha) \cap \varphi'(\beta) \neq \varnothing$.

Стандартным образом функция оценки распространяется на сложные выражения. Введенная так интерпретация позволяет доказать утверждение леммы. Мы покажем справедливость

лишь для случая элементарных формул, так как для сложных выражений доказательство остается обычным [11].

(а) $|Ac\alpha|^{\varphi'}_{D'} = 1 \Leftrightarrow Ac\alpha \in \Delta_\omega$

(1) 1. $|Ac\alpha|^{\varphi'}_{D'} = 1$ — допущение
2. $c \in \varphi'(\alpha)$ — *Df* функции оценки, 1
3. $c \in \{\gamma | A\gamma\alpha \in \Delta_\omega\}$ — *Df* φ', 2
4. $Ac\alpha \in \Delta_\omega$ — теория множеств, 3

(2) 1. $Ac\alpha \in \Delta_\omega$
2. $|Ac\alpha|^{\varphi'}_{D'} = 0$ } — допущения
3. неверно, что $c \in \varphi'(\alpha)$ — *Df* функции оценки, 2
4. неверно, что $c \in \{\gamma | A\gamma\alpha \in \Delta_\omega\}$ — *Df* φ', 3
5. $Ac\alpha \notin \Delta_\omega$ — теория множеств, 4 (противоречие 1,5)

(б) $|A\alpha c|^{\varphi'}_{D'} = 1 \Leftrightarrow A\alpha c \in \Delta_\omega$

(1) 1. $|A\alpha c|^{\varphi'}_{D'} = 1$ — допущение
2. $\forall \gamma (A\gamma\alpha \in \Delta_\omega \supset A\gamma c \in \Delta_\omega)$ и $\varphi'(\alpha) \neq \varnothing$ — — *Df* оценки, 1
3. $\{\gamma | A\gamma\alpha \in \Delta_\omega\} \neq \varnothing$ — *Df* φ', 2
4. $\exists \sigma (A\sigma\alpha \in \Delta_\omega)$ — теория множеств, 3
5. $A\sigma\alpha \in \Delta_\omega$ — $\exists$ исключение, 4
6. $A\sigma\alpha \supset A\alpha\alpha$ — теорема $C2$
7. $A\alpha\alpha \in \Delta_\omega$ — свойство Δ_ω, 5, 6
8. $A\alpha\alpha \in \Delta_\omega \supset A\alpha c \in \Delta_\omega$ — $\forall$ исключение, 2
9. $A\alpha c \in \Delta_\omega$ — *m. p.* 8, 7

(2) 1. $A\alpha c \in \Delta_\omega$
2. $|A\alpha c|^{\varphi'}_{D'} = 0$ } — допущения
3. $\exists \gamma (A\gamma\alpha \in \Delta_\omega \,\&\, A\gamma c \notin \Delta_\omega)$ или $\varphi'(\alpha) = \varnothing$ — — *Df* оценки, 2
4. $\exists \gamma (A\gamma\alpha \in \Delta_\omega \,\&\, A\gamma c \notin \Delta_\omega)$ — допущение
5. $A\sigma\alpha \in \Delta_\omega \,\&\, A\sigma c \notin \Delta_\omega$ — $\exists$ исключение, 4
6. $A\sigma\alpha \in \Delta_\omega$
7. $A\sigma c \notin \Delta_\omega$ } — & исключение, 5
8. $A\alpha c \,\&\, A\sigma\alpha \supset A\sigma c$ — *Barbara*
9. $A\sigma c \in \Delta_\omega$ — свойство Δ_ω, 8, 1, 6 (противоречие 7,9)
10. $\varphi'(\alpha) = \varnothing$ — допущение
11. $\{\gamma | A\gamma\alpha \in \Delta_\omega\} = \varnothing$ — *Df* φ', 10
12. $\forall \gamma (A\gamma\alpha \notin \Delta_\omega)$ — теория множеств, 11
13. $A\alpha\alpha \notin \Delta_\omega$ — $\forall$ исключение, 12
14. $A\alpha c \supset A\alpha\alpha$ — теорема $C2$
15. $A\alpha\alpha \in \Delta_\omega$ — свойство Δ_ω, 14, 1 (противоречие 13, 15)

(в) $|A\alpha\beta|^{\varphi'}_{D'} = 1 \Leftrightarrow A\alpha\beta \in \Delta_\omega$.

Доказательство для этого случая почти полностью совпадает с доказательством для случая (б), поэтому мы его не рассматриваем.

[11] За дополнительной информацией можно обратиться к учебной литературе, например, [33].

$(г)\ |Ic\alpha|^{\varphi'}_{D'} = 1 \Leftrightarrow Ic\alpha \in \Delta_\omega$

(1) 1. $|Ic\alpha|^{\varphi'}_{D'} = 1$ — допущение
2. $\exists\sigma(\sigma \in \varphi'(\alpha)\ \&\ Ic\sigma \in \Delta_\omega)$ — Df оценки, 1
3. $\sigma \in \varphi'(\alpha)\ \&\ Ic\sigma \in \Delta_\omega$ — $\exists$ исключение, 2
4. $\sigma \in \{\gamma | A\gamma\alpha \in \Delta_\omega\}$ — $Df\ \varphi'$, 3
5. $A\sigma\alpha \in \Delta_\omega$ — теория множеств, 4
6. $Ic\sigma \in \Delta_\omega$ — & исключение, 3
7. $A\sigma\alpha\ \&\ Ic\sigma \supset Ic\alpha$ — *Darii*
8. $Ic\alpha \in \Delta_\omega$ — свойство Δ_ω, 7, 5, 6

(2) 1. $Ic\alpha \in \Delta_\omega$ ⎫
2. $|Ic\alpha|^{\varphi'}_{D'} = 0$ ⎭ — допущения
3. $\forall\sigma(\sigma \in \varphi'(\alpha) \supset Ic\sigma \notin \Delta_\omega)$ — Df оценки, 2
4. $\alpha \in \varphi'(\alpha) \supset Ic\alpha \notin \Delta_\omega$ — $\forall$ исключения, 3
5. $Ic\alpha \supset A\alpha\alpha$ — теорема $C2$
6. $A\alpha\alpha \in \Delta_\omega$ — свойство Δ_ω, 5, 1
7. $\alpha \in \varphi'(\alpha)$ — $Df\ \varphi'$, 6
8. $Ic\alpha \notin \Delta_\omega$ — *m. p.* 4, 7 (противоречие 1, 8)

$(д)\ |I\alpha c|^{\varphi'}_{D'} = 1 \Leftrightarrow I\alpha c \in \Delta_\omega.$

Доказательство для этого случая аналогично предыдущему доказательству и поэтому опускается.

$(е)\ |I\alpha\beta|^{\varphi'}_{D'} = 1 \Leftrightarrow I\alpha\beta \in \Delta_\omega.$

(1) 1. $|I\alpha\beta|^{\varphi'}_{D'} = 1$ — допущение
2. $\varphi'(\alpha) \cap \varphi'(\beta) \neq \varnothing$ — Df оценки, 1,
3. $\{\gamma | A\gamma\alpha \in \Delta_\omega\} \cap \{\sigma | A\sigma\beta \in \Delta_\omega\} \neq \varnothing$ — $Df\ \varphi'$, 2
4. $\exists\tau(A\tau\alpha \in \Delta_\omega\ \&\ A\tau\beta \in \Delta_\omega)$ — теория множеств, 3
5. $A\tau\alpha \in \Delta_\omega\ \&\ A\tau\beta \in \Delta_\omega$ — $\exists$ исключение, 4
6. $A\tau\alpha \in \Delta_\omega$ ⎫
7. $A\tau\beta \in \Delta_\omega$ ⎭ — & исключение, 5
8. $A\tau\alpha \supset I\alpha\tau$ — теорема $C2$
9. $I\alpha\tau \in \Delta_\omega$ — свойство Δ_ω, 8, 6
10. $A\tau\beta\ \&\ I\alpha\tau \supset I\alpha\beta$ — *Darii*
11. $I\alpha\beta \in \Delta_\omega$ — свойство Δ_ω, 10, 7, 9

(2) 1. $I\alpha\beta \in \Delta_\omega$ — допущение
2. $Ac\beta\ \&\ Ac\alpha \in \Delta_\omega$ — свойство (е) Δ_ω. 1
3. $Ac\beta \in \Delta_\omega\ \&\ Ac\alpha \in \Delta_\omega$ — свойство Δ_ω, 2
4. $\{\gamma | A\gamma\beta \in \Delta_\omega\} \cap \{\sigma | A\sigma\alpha \in \Delta_\omega\} \neq \varnothing$ — теория множеств, 3
5. $\varphi'(\beta) \cap \varphi'(\alpha) \neq \varnothing$ — $Df\ \varphi'$, 4
6. $|I\alpha\beta|^{\varphi'}_{D'} = 1$ — Df оценки, 5

Из доказательства леммы 3 в качестве следствия вытекает, что модель $\langle D', \varphi' \rangle$ является одновременно моделью для любого множества $\Delta \subseteq \Delta_\omega$. Поэтому, так как множество $\Delta = \{B | \vdash_{C2} B\}$ непротиворечиво, а следовательно, может быть расширено до множества Δ_ω. $\langle D', \varphi' \rangle$ оказывается моделью и для этого множества формул. Отсюда сразу следует теорема о полноте:

$$\models_{C2} B \Rightarrow \vdash_{C2} B.$$

Допустим, что $\models_{C2} B$ и $\nvdash_{C2} B$. Тогда формула $\neg B$ может быть непротиворечиво присоединена к множеству теорем $C2$. По лемме 3 для этого непротиворечивого множества существует модель, такая, что $|\neg B|^{\varphi'}_{D'} = 1$. С другой стороны, так как B общезначима, т. е. истинна в любой модели, она должна быть истинна и в рассматриваемой модели. Поэтому имеет место $|B|^{\varphi'}_{D'} = 1$, а следовательно, $B \in \Delta_\omega$. Таким образом, $B \in \Delta_\omega$ и $\neg B \in \Delta_\omega$, что противоречит лемме о непротиворечивости Δ_ω. Отсюда следует $\vdash_{C2} B$.

Рассмотренный здесь метод доказательства полноты $C2$ может быть модифицирован и для других систем. Однако, как известно, этот метод является неконструктивным, поэтому мы рассмотрим еще один способ установления полноты силлогистической теории, который обладает тем достоинством, что одновременно дает решение проблемы разрешения.

§ 3. РАЗРЕШАЮЩАЯ ПРОЦЕДУРА ДЛЯ АЛ″

Рассматриваемый далее метод решения проблемы разрешения был предложен В. М. Поповым [36]. Этот метод в практическом отношении гораздо более удобен, чем другие известные методы решения данной проблемы для силлогистик. В частности, он удобнее метода отбрасывания не-тезисов Слупецкого — Лукасевича, который исследовался в [30]. Процедура, предложенная В. М. Поповым, состоит в построении силлогистической теории (например, *АЛ″*) с помощью аналитических таблиц.

Силлогистика *АЛ″* будет теперь строиться с использованием схем-аксиом. Это позволяет обойтись только двумя правилами: правилом *modus ponens* и правилом снятия двойного отрицания. Схемы-аксиом таковы:

0. схемы-теорем логики высказываний.
1. $(A\alpha\beta\ \&\ A\gamma\alpha) \supset A\gamma\beta$ 2. $A\alpha\alpha$
3. $(A\alpha\beta\ \&\ I\alpha\gamma) \supset I\gamma\beta$ 4. $I\alpha\alpha$
5. $A\alpha\beta \supset E\alpha\beta$ 6. $A\alpha\beta \supset A\beta\alpha$

Принимаются обычные определения для E и O. Понятие терма определяется двумя условиями: 1) отдельно стоящая именная переменная из списка $s_1, s_2, s_3, \ldots$ — терм, 2) если α — терм, то $\bar{\alpha}$ — терм. Таким образом, каждый терм имеет вид $\tilde{x}$, где «$\sim$» означает n знаков отрицания ($n=0, 1, 2, \ldots$). На множестве всех формул и термов языка $АЛ''$ введем функцию Red, определяемую условиями:

1. $Red(\tilde{x}) = \begin{cases} x, \text{ если число отрицаний четно или равно } 0, \\ \bar{x}, \text{ если число отрицаний нечетно,} \end{cases}$
2. $Red(Q\alpha\beta) = Q(Red(\alpha), \ Red(\beta))$, где $Q\alpha\beta$ — элементарная формула,
3. $Red(\neg B) = \neg Red(B)$,
4. $Red(C \circ B) = Red(C) \circ Red(B)$, где $\circ$ — знаки $\&, \vee, \supset$.

Лемма 1. Для всякой формулы B языка $АЛ''$ верно:

$$\underset{АЛ''}{\vdash} (B \equiv Red(B)).$$

Доказательство ведется индукцией по числу пропозициональных связок, входящих в B. Когда формула B элементарная, индукция ведется по числу термальных отрицаний в B. Из доказательства леммы 1 сразу же следует метатеорема $\underset{АЛ''}{\vdash} B \Leftrightarrow \underset{АЛ''}{\vdash} Red(B)$. Последнее означает, что при анализе $АЛ''$ можно обойтись лишь редуцированными формулами. Поэтому можно построить новую систему $АЛ''*$ редуцированных формул $АЛ''$, которая отличается от $АЛ''$ отсутствием правила снятия двойного отрицания и присоединением схем-аксиом:

7. $A\alpha\bar{\beta} \supset E\alpha\beta$	8. $A\bar{\alpha}\beta \supset A\bar{\beta}\alpha$
9. $A\alpha\beta \supset A\beta\bar{\alpha}$	10. $A\alpha\bar{\beta} \supset A\beta\alpha$

Введем на множестве элементарных формул $АЛ''*$ функцию оценки φ, такую, что:

a. $\varphi(A\alpha\alpha) = 1$
b. $\varphi(I\alpha\alpha) = 1$
c. Если $\varphi(A\alpha\beta) = 1$ и $\varphi(A\gamma\alpha) = 1$, то $\varphi(A\gamma\beta) = 1$
d. Если $\varphi(A\alpha\beta) = 1$ и $\varphi(I\alpha\gamma) = 1$, то $\varphi(I\gamma\beta) = 1$
e. Если $\varphi(A\alpha\beta') = 1$, то $\varphi(I\alpha\beta'') = 0$, где β' — либо β, либо $\bar{\beta}$, а β'' соответственно $\bar{\beta}$ или β

f. Если $\varphi(A\alpha'\beta') = 1$, то $\varphi(A\beta''\alpha'') = 1$, где $\alpha', \beta', \alpha'', \beta''$ удовлетворяют условиям пункта e.

Эта функция распространяется далее на сложные выражения:

1. $|B|^{\varphi} = \varphi(B)$, если B — элементарная формула
2. $|A \supset B|^{\varphi} = 1 \Leftrightarrow |\neg A|^{\varphi} = 1$ или $|B|^{\varphi} = 1$
3. $|A \& B|^{\varphi} = 1 \Leftrightarrow |A|^{\varphi} = 1$ и $|B|^{\varphi} = 1$
4. $|A \vee B|^{\varphi} = 1 \Leftrightarrow |A|^{\varphi} = 1$ или $|B|^{\varphi} = 1$
5. $|\neg A|^{\varphi} = 1 \Leftrightarrow |A|^{\varphi} = 0$

Лемма 2. Для всякой функции φ, удовлетворяющей условиям a—f.

$$\underset{АЛ''*}{\vdash} B \Rightarrow |B|^{\varphi} = 1.$$

Доказательство этой леммы, которое мы опускаем в силу очевидности, должно обосновывать непротиворечивость системы $АЛ''*$. Однако здесь имеется одна тонкость, так как подобного сорта доказательство может пройти и в том случае, когда система синтаксически является противоречивой, поскольку условия, наложенные на φ, просто в теоретико-модельных терминах повторяют то, что в схемах-аксиом выражено на теоретико-дедуктивном языке. Чтобы такое доказательство действительно доказывало непротиворечивость, необходимо быть уверенным в существовании функции φ, задаваемой условиями a—f. Такая функция существует, ею является, в частности, та интерпретация на языке булевой алгебры элементарных формул, которая приводилась при обсуждении семантики для $АЛ''$, поэтому данная теорема действительно доказывает непротиворечивость $АЛ''*$. Далее, поскольку φ удовлетворяет принципу снятия двойного именного отрицания, будет иметь место

Лемма 3. Для всякой функции φ, удовлетворяющей условиям a—f,

$$|B|^{\varphi} = |Red(B)|^{\varphi}.$$

Доказательство этого утверждения ведется индукцией по числу пропозициональных связок в B; в случае же когда B — элементарная формула, индукция ведется по числу знаков термального отрицания в B. Тем самым доказывается непротиворечивость $АЛ''$.

Система $TАЛ''*$

$\dfrac{\Gamma, T(\neg B)}{\Gamma, T(\neg B), F(B)}$	$\dfrac{\Gamma, F(\neg B)}{\Gamma, F(\neg B), T(B)}$
$\dfrac{\Gamma, T(C\&B)}{\Gamma, T(C\&B), T(C), T(B)}$	$\dfrac{\Gamma, F(C\&B)}{\Gamma, F(C\&B), F(C) \mid \Gamma, F(C\&B), F(B)}$
$\dfrac{\Gamma, T(C\vee B)}{\Gamma, T(C\vee B), T(C) \mid \Gamma, T(C\vee B), T(B)}$	$\dfrac{\Gamma, F(C\vee B)}{\Gamma, F(C\vee B), F(C), F(B)}$
$\dfrac{\Gamma, T(C\supset B)}{\Gamma, T(C\supset B), F(C) \mid \Gamma, T(C\supset B), T(B)}$	$\dfrac{\Gamma, F(C\supset B)}{\Gamma, F(C\supset B), T(C), F(B)}$
$\dfrac{\Gamma, T(A\alpha\beta), T(A\gamma\alpha)}{\Gamma, T(A\alpha\beta), T(A\gamma\alpha), T(A\gamma\beta)}$	$\dfrac{\Gamma, T(A\alpha\beta), T(I\alpha\gamma)}{\Gamma, T(A\alpha\beta), T(I\alpha\gamma), T(I\gamma\beta)}$
$\dfrac{\Gamma, T(A\alpha x)}{\Gamma, T(A\alpha x), F(I\alpha\bar{\bar{x}})}$	$\dfrac{\Gamma, T(A\alpha\bar{x})}{\Gamma, T(A\alpha\bar{x}), F(I\alpha x)}$
$\dfrac{\Gamma, T(Axy)}{\Gamma, T(Axy), T(A\bar{\bar{y}}\bar{\bar{x}})}$	$\dfrac{\Gamma, T(A\bar{x}y)}{\Gamma, T(A\bar{x}y), T(A\bar{y}x)}$

$$\frac{\Gamma,\ T(Ax\bar{y})}{\Gamma,\ T(Ax\bar{y}),\ T(Ay\bar{x})} \qquad \frac{\Gamma,\ T(A\overline{xy})}{\Gamma,\ T(A\overline{xy}),\ T(Ayx)}$$

$$\frac{\Gamma}{\Gamma,\ T(A\alpha\alpha)} \qquad \frac{\Gamma}{\Gamma,\ T(I\alpha\alpha)}$$

Каждая формула B в этих правилах является редуцированной формулой $АЛ''$. Выражения $T(B)$ и $F(B)$ будем называть отмеченными формулами; Γ — множество (в частном случае, возможно, пустое) отмеченных формул; α, β, γ — термы, а x, y — именные переменные. На два последних правила накладывается ограничение: множество Γ должно содержать некоторую отмеченную формулу $T(B)$ или $F(B)$ такую, что либо α, либо $\bar{\alpha}$ входит в B.

Конфигурацией называется непустое конечное множество непустых конечных множеств отмеченных формул. Таблицей называется конечная последовательность конфигураций $K_1, ..., K_n$ $(n \geqslant 1)$, такая, что если K_i $(1 < i \leqslant n)$ принадлежит этой последовательности, то K_i есть результат применения некоторого правила к конфигурации K_{i-1}. Таблица $K_1, ..., K_n$ называется таблицей для множества Δ отмеченных формул, если $K_1 = \Delta$. Множество Δ отмеченных формул замкнуто, если для некоторой формулы имеет место $T(B) \in \Delta$ и $F(B) \in \Delta$. Конфигурация замкнута, если является замкнутым каждое принадлежащее ей множество отмеченных формул. Таблица $K_1, ..., K_n$ называется замкнутой, если замкнута некоторая конфигурация K_i $(1 \leqslant i \leqslant n)$. Таблица $K_1, ..., K_n$ называется несократимой, если для всяких i и j $(1 \leqslant i, j \leqslant n)$ из того, что $i \neq j$, следует, что $K_i \neq K_j$.

С каждым непустым множеством отмеченных формул Δ свяжем множество отмеченных формул $\Delta^+ = \Delta_1{}^+ \cup \Delta_2{}^+$, где $\Delta_1{}^+$ — образуется из всех подформул формул B, для которых верно $T(B) \in \Delta$ или $F(B) \in \Delta$, а $\Delta_2{}^+$ — образуется из всех элементарных формул B, в которых всякий терм, входящий в B, имеет вид x или $\bar{x}$ для некоторой именной переменной, входящей в Δ. Ясно, если множество отмеченных формул Δ конечно, то конечно и множество Δ^+, так как в этом случае число всех подформул формул из Δ, число всех переменных в Δ и число элементарных функторов (A и I) конечно.

Лемма 4. Для всякого непустого конечного множества Δ отмеченных формул множество $S(\Delta)$ всех несократимых таблиц для Δ не пусто и конечно.

Конечность совокупности $S(\Delta)$ является следствием того, что всякая несократимая таблица для Δ представляет собой последовательность без повторений элементов из конечного (в силу отмеченной конечности в этом случае Δ^+) множества $\mathscr{P}(\mathscr{P}(\Delta^+))$. Отсюда сразу же в качестве следствия получается утверждение о существовании для Δ несократимой таблицы $K_1, ..., K_n$, применение относительно которой любого правила к K_n дает вновь конфигурацию K_n. Иначе говоря, процесс построения некоторой несократимой таблицы для Δ всегда будет обрываться в том смысле, что дальнейшее применение правил не породит новой конфигурации.

Лемма 5. Если каждая несократимая таблица для непустого конечного множества отмеченных формул Δ не замкнута, то существует такое приписывание φ^* значений элементарным формулам языка $ТАЛ''^*$, что для всякой формулы B оказывается верным: если $T(B) \in \Delta$, то $|B|^{\varphi^*} = 1$, а если $F(B) \in \Delta$, то $|B|^{\varphi^*} = 0$.

Согласно лемме 4 для каждого непустого конечного множества Δ существует несократимая таблица $K_1, ..., K_n$, применение относительно которой любого правила к K_n вновь дает K_n. По условию леммы 5 эта таблица незамкнута. Тогда должно найтись незамкнутое непустое множество $\Delta'_n \in K_n$, а требуемое отображение φ^*, связанное с множеством Δ'_n, задается так:

$$\varphi^*(Q\alpha\beta) = \begin{cases} 1, \text{ если } \alpha = \beta \text{ или } T(Q\alpha\beta) \in \Delta'_n, \\ 0, \text{ в противном случае,} \end{cases}$$

где $Q\alpha\beta$ есть либо $A\alpha\beta$, либо $I\alpha\beta$. В самом деле, нетрудно показать, что φ^* удовлетворяет условиям a—f, т. е. является функцией оценки. Поэтому из $T(B) \in \Delta'_n$ следует $\varphi^*(B) = 1$, а из $F(B) \in \Delta'_n$ следует $\varphi^*(B) = 0$ для всякой формулы языка $АЛ''^*$. Но так как $\Delta \subseteq \Delta'_n$, то отсюда вытекает, что φ^* как раз и является оценкой, требуемой леммой 5.

Поскольку формулы системы $ТАЛ''^*$ представляют собой редуцированные формулы системы $АЛ''$, то доказательство леммы 5 устанавливает тот факт, что если таблица для $Red(B)$ незамкнута, то формула $Red(B)$ не является общезначимой. В самом деле, построение таблицы для $Red(B)$ начинается с полагания, что $K_1 = F(Red(B))$. Но тогда в силу незамкнутости таблицы $K_1, ..., K_n$ можно построить оценку φ^* так, что $|Red(B)|^{\varphi^*} = 0$. По контрапозиции отсюда следует: если $\underset{АЛ''}{\models} Red(B)$, то некоторая несократимая таблица для $Red(B)$ замыкается. Для окончательного решения проблемы разрешения остается только показать справедливость следующего утверждения: если некоторая таблица для $Red(B)$ замыкается, то $\underset{АЛ''}{\vdash} Red(B)$.

Пусть Δ будет множеством отмеченных формул $\{F(B_1), F(B_2), ..., F(B_n), T(C_1), T(C_2), ..., T(C_m)\}$ $(m, n \geqslant 0,\ n+m > 0)$, а $B_{i1}, B_{i2}, ..., B_{in}$ и $C_{j1}, C_{j2}, ..., C_{jm}$ последовательность без повторений всех элементов из множества $\{B_1, ..., B_n\}$ и $\{C_1, ..., C_m\}$. Тогда дизъюнкцией множества Δ назовем формулу вида

$$(B_{i1} \vee B_{i2} \vee ... \vee B_{in} \vee \urcorner C_{j1} \vee \urcorner C_{j2} \vee ... \vee \urcorner C_{jm}).$$

Так как для дизъюнкции имеет место ассоциативность и коммутативность, то все дизъюнктивные множества Δ эквивалентны.

Лемма 6. Если K' — результат применения некоторого правила к конфигурации K и для всякого элемента конфигурации K' существует дизъюнкция, доказуемая в $АЛ''$, то дизъюнкция всякого элемента конфигурации K доказуема в $АЛ''$.

Доказательство этой леммы ведется рассмотрением правил $ТАЛ''^*$ и применением в нужных местах принципов, верных в логике высказываний:

если $\vdash \Gamma \vee B \vee B$, то $\vdash \Gamma \vee B$,
если $\vdash \Gamma \vee (C \& B) \vee C$ и $\vdash \Gamma \vee (C \& B) \vee B$, то $\vdash \Gamma \vee (C \& B)$,
если $\vdash \Gamma \vee \neg C \vee \neg B \vee \neg D$ и $\vdash \neg C \vee \neg B \vee D$,
то $\vdash \Gamma \vee \neg C \vee \neg B$,
если $\vdash \Gamma \vee \neg C \vee \neg B$ и $\vdash \neg C \vee B$, то $\vdash \Gamma \vee \neg C$,
если $\vdash \Gamma \vee \neg C$ и $\vdash C$, то $\vdash \Gamma$.

Лемма 7. Если таблица $K_1, \ldots, K_n$ замкнута, то для всякой конфигурации K_i $(i=1, 2, \ldots, n)$ и всякой $\Delta_j \in K_i$ дизъюнкция Δ_j доказуема в $АЛ''$.

Замкнутость таблицы означает, что в последней конфигурации K_n все $\Delta_j \in K_n$ замкнуты, т. е. в каждом $\Delta_j \in K_n$ найдется некоторая формула B, для которой верно $F(B) \in \Delta_j$ и $T(B) \in \in \Delta_j$. Тогда в дизъюнкции этого элемента будет член вида $B \vee \neg B$, в силу чего данная дизъюнкция будет доказуема в $АЛ''$. Отсюда, по лемме 6 следует, что и все остальные конфигурации K_i будут удовлетворять условию леммы 7.

Это завершает решение проблемы разрешения для системы $АЛ''$, так как теперь мы имеем метод (аналитические таблицы), с помощью которого в конечное число шагов решается вопрос, доказуема некоторая формула в $АЛ''$ или нет. В ходе доказательства одновременно удалось установить и полноту $АЛ''$ относительно принятой семантики.

Рассмотренный здесь способ решения проблемы разрешения достаточно прост и может быть свободно трансформирован и приспособлен для решения этой проблемы относительно других систем, в которых действует принцип снятия двойного отрицания.

§ 4. ЭКВИВАЛЕНТНОСТЬ РАСШИРЕННОЙ СИЛЛОГИСТИКИ $ArC2$ и ЭЛЕМЕНТАРНОЙ БУЛЕВОЙ АЛГЕБРЫ

Вопрос о том, в каком отношении находится старая логика к логике новой, современной, всегда интересовал исследователей и до сих пор является предметом дискуссий и обсуждений. Не претендуя на подробное его освещение, хотелось бы лишь отметить, что данная проблема имеет двойную интенсию. С одной стороны, речь может идти о том, как вписываются в современную логику результаты многовекового опыта по ис-

следованию силлогистик, на что в какой-то мере отвечает анализ, предпринятый в данной работе. С другой стороны, представляет интерес и обратная задача — уточнение того, какая часть современной логики может быть описана силлогистически. Предлагаемый здесь ответ состоит в том, что вся элементарная булева алгебра оказывается содержащейся в некоторой силлогистической теории. А так как элементарная булева алгебра эквивалентна одноместному первопорядковому исчислению предикатов, то данный ответ означает, что одноместный фрагмент исчисления предикатов содержится в силлогистике.

В качестве соотношений, задающих элементарную булеву алгебру, мы выбираем аксиомы Р. Сикорского (см. [39]):

1. $x \cup y = y \cup x$ } коммутативность
2. $x \cap y = y \cap x$
3. $x \cup (y \cup x) = (x \cup y) \cup z$ } ассоциативность
4. $x \cap (y \cap z) = (x \cap y) \cap z$
5. $(x \cap y) \cup y = y$ } поглощение
6. $(x \cup y) \cap y = y$
7. $x \cup (y \cap z) = (x \cup y) \cap (x \cup z)$ } дистрибутивность
8. $x \cap (y \cup z) = (x \cap y) \cup (x \cap z)$
9. $(x \cup \bar{x}) \cap y = y$ — закон исключенного третьего
10. $(x \cap \bar{x}) \cup y = y$ — закон противоречия

Эти аксиомы полностью определяют булеву алгебру. Как дедуктивная система булева алгебра будет считаться элементарной, если ее средства дедукции не выходят за рамки логики высказываний. Мы будем далее широко пользоваться решеточными соотношениями, поскольку булева решетка и булева алгебра являются эквивалентными объектами.

В качестве силлогистической теории берется система $ArC2$, обогащенная сложными терминами. Понятие терма определяется теперь так: 1) отдельно стоящая именная переменная из списка x, y, z с индексами и без них — терм, 2) если α — терм, то $\bar{\alpha}$ — терм, 3) если α и β термы, то $(\alpha \cap \beta)$ и $(\alpha \cup \beta)$ — термы. Аксиомами $ArC2$ будут:

0. логика высказываний

A1. $Ezx \& Ayz \supset Ay\bar{x}$	**A2.** $Ex\bar{x}$
A3. $Ezx \& Iyz \supset Iy\bar{x}$	**A4.** $Ox\bar{\bar{x}}$
A5. $E(x \cap y)z \supset E(z \cap x)y$	**A6.** $Axy \supset Ex\bar{y}$
A7. $Ez(x \cup y) \equiv Ezx \& Ezy$	**A8.** $Ixy \supset Axx$
A9. $E\overline{z(x \cap y)} \equiv Ez\bar{x} \& Ez\bar{y}$	**A10.** $Ax\bar{\bar{y}} \supset Axy$

Принимаются также дефиниции:

D1. $Exy \underset{Df}{\Leftrightarrow} \neg Ixy$	**D2.** $Oxy \underset{Df}{\Leftrightarrow} \neg Axy$
D3. $0 \underset{Df}{\Leftrightarrow} x \cap \bar{x}$	**D4.** $1 \underset{Df}{\Leftrightarrow} x \cup \bar{x}$

Правилами вывода являются: *modus ponens* и правило подстановки для именных и пропозициональных переменных.

Для доказательства требуемого результата достаточно показать, что элементарная булева алгебра и силлогистика $ArC2$ являются дефинициально эквивалентными системами, т. е. в языке булевой алгебры можно так определить функторы A и I, что все соотношения $ArC2$ будут сохраняться; и наоборот, в языке силлогистики можно так определить специфические для булевой алгебры термины, что окажутся верными все булевы соотношения. Более того, обе эти процедуры должны быть взаимно-обратными.

Это же самое можно выразить и несколько иначе. Будем смотреть на указанные определения как на некоторые функции, переводящие выражения одного языка на другой. Пусть $\psi: Б \to C$ и $\varphi: C \to Б$ будут такими функциями. Тогда доказательство метатеоремы (1) $\vdash_{ArC2} B \Rightarrow \vdash_{Б.А.} \varphi(B)$ означает возможность определить силлогистическую структуру в булевой, а (2) $\vdash_{Б.А.} B \Rightarrow \vdash_{ArC2} \psi(B)$ — булевую структуру в силлогистической. Если далее доказана метатеорема (3) $\vdash_{ArC2} (B \equiv \psi(\varphi(B)))$, то это говорит о погружении силлогистики в булеву алгебру, доказательство же (4) $\vdash_{Б.А.} (B \equiv \varphi(\psi(B)))$ — об обратном погружении. Совместно все четыре теоремы как раз и доказывают дефинициальную эквивалентность, и, следовательно, данные структуры являются лишь разными способами задания одного и того же объекта. Функции φ и ψ имеют следующий вид[12]:

$$\begin{array}{ll}
\varphi(A\alpha\beta) \Leftrightarrow \alpha\cap\beta=\alpha \,\&\, \alpha>0, & \psi(\alpha\leqslant\beta) \Leftrightarrow E\alpha\bar{\beta},\\
\varphi(E\alpha\beta) \Leftrightarrow \alpha\cap\beta=0, & \psi(\alpha=\beta) \Leftrightarrow E\alpha\bar{\beta} \,\&\, E\beta\bar{\alpha},\\
\varphi(I\alpha\beta) \Leftrightarrow \alpha\cap\beta>0, & \psi(\alpha<\beta) \Leftrightarrow E\alpha\bar{\beta} \,\&\, \neg E\beta\bar{\alpha},\\
\varphi(O\alpha\beta) \Leftrightarrow \alpha\cap\bar{\beta}<\alpha\vee\alpha=0, & \psi(\neg C) \Leftrightarrow \neg\psi(C),\\
\varphi(C\circ B) \Leftrightarrow \varphi(C)\circ\varphi(B), & \psi(C\circ B) \Leftrightarrow \psi(C)\circ\psi(B),\\
\varphi(\neg C) \Leftrightarrow \neg\varphi(C), & \text{где } \circ \text{ есть } \&, \vee \text{ или } \supset.
\end{array}$$

MT1. Для всякой формулы B верно: $\vdash_{ArC2} B \Rightarrow \vdash_{Б.А.} \varphi(B)$.

Для доказательства метатеоремы достаточно ограничиться установлением требуемого соотношения лишь для специальных аксиом $ArC2$. Итак, аксиомы **A2**, **A5**, **A8**, **A10** перейдут соответственно в выражения вида $x\cap\bar{x}=0$, $((x\cap y)\cap z=0)\supset((z\cap x)\cap y=0)$, $(x\cap y>0)\supset(x\cap x=x \,\&\, x>0)$, $(x\cap y=x \,\&\, x>0)\supset(x\cap y=x \,\&\, x>0)$, справедливость которых в булевой алгебре (решетке) очевидна.

$\varphi(\mathbf{A1}) \Leftrightarrow (z\cap x=0 \,\&\, y\cap z=y \,\&\, y>0)\supset(y\cap\bar{x}=y \,\&\, y>0)$. По оп- определению для псевдодополнения $z\cap x=0$ равносильно с

[12] Идея принятия в качестве определения $x\leqslant y$ выражения $E x\bar{y}$ принадлежит В. А. Смирнову. Им же было высказано предположение, что система $C2$, обогащенная отрицательными и сложными терминами, будет содержать булеву алгебру.

$z\leqslant\bar{x}$, а по определению частичного порядка $y\cap z=y$ совпадает с $y\leqslant z$. Отсюда по транзитивности имеем $y\leqslant\bar{x}$, что и дает $y\cap\bar{x}=y$. Поэтому антецедентные условия влекут консеквент данной импликации.

$\varphi(\mathbf{A3}) \Leftrightarrow (z\cap x=0 \,\&\, y\cap z>0)\supset(y\cap\bar{x}>0)$. Выражение $z\cap x=0$ равносильно $z\cap\bar{x}=z$. Используя в $y\cap z>0$ замену равного, получаем $y\cap(z\cap\bar{x})>0$. По коммутативности и ассоциативности имеет место $(y\cap\bar{x})\cap z>0$. Откуда получаем $y\cap\bar{x}>0$.

$\varphi(\mathbf{A4}) \Leftrightarrow x\cap\bar{x}<x\vee x=0$. Так как $x\cap\bar{x}=0$, имеем, что $0<x\vee$ **$x=0$**. Последнее равносильно $0\leqslant x$ — закону булевой алгебры.

$\varphi(\mathbf{A6}) \Leftrightarrow (x\cap y=x \,\&\, x>0)\supset(x\cap\bar{y}=0)$. По определению частичного порядка $x\cap y=x$ равносильно $x\leqslant y$. Откуда по понятию псевдодополнения получаем $x\cap\bar{y}=0$.

$\varphi(\mathbf{A7}) \Leftrightarrow (z\cap(x\cup y)=0)\equiv(z\cap x=0 \,\&\, z\cap y=0)$. Из $z\cap(x\cup y)=0$ по дистрибутивности следует $(z\cap x)\cup(z\cap y)=0$. Последнее равносильно $z\cap x=0$ и $z\cap y=0$.

$\varphi(\mathbf{A9}) \Leftrightarrow (z\cap(\overline{x\cap y})=0)\equiv(z\cap\bar{x}=0 \,\&\, z\cap\bar{y}=0)$. По определению псевдодополнения имеем $z\leqslant x\cap y \equiv z\leqslant x \,\&\, z\leqslant y$ — закономерное соотношение булевой решетки. Рассмотренные случаи завершают доказательство метатеоремы **MT1**, которая, кроме всего прочего, означает, что система $ArC2$ является непротиворечивой.

MT2. Для всякого соотношения B верно: $\vdash_{Б.А.} B \Rightarrow \vdash_{ArC2} \psi(B)$.

Прежде чем перейти к доказательству этой основной теоремы, укажем, что в $ArC2$ доказуемы утверждения

T1 $Ixy\equiv Iyx$,	**T5** $E(x\cap y)\bar{x}$,
T2 $Exy\equiv Eyx$,	**T6** $E(x\cap y)\bar{y}$,
T3 $Axy\supset Ixy$,	**T7** $E(y\cap\bar{x})x$,
T4 $Exy\supset Oxy$,	**T8** $E(\bar{y}\cap x)y$,

которые требуются для дальнейших рассуждений, а также модусы *Barbara* и *Celarent* (доказательство этих теорем опускается). Тем самым в системе $ArC2$ содержится в качестве фрагмента силлогистика $C2$ В. А. Смирнова. Это обосновывает заявленную в § 2 данной работы непротиворечивость силлогистической теории $C2$. Отметим также, что в $ArC2$, которая базируется на классической логике высказываний, имеет место принцип замены эквивалентных формул

$$(\text{ПЗ}) \quad (C\equiv B)\supset(\mathscr{A}(C)\equiv\mathscr{A}(B)).$$

Лемма 1. В $ArC2$ содержится принцип подстановочности равных

$$(\text{ПП}^*) \quad (\alpha=\beta)\supset(\mathscr{A}(\alpha)\equiv\mathscr{A}(\beta))$$

для произвольного формульного контекста $\mathscr{A}(\alpha)$, в котором терм α является либо субъектом, либо предикатом какого-либо выражения.

В силу наличия в $ArC2$ принципа **П3** для доказательства леммы достаточно показать, что **ПП*** выполняется для элементарных контекстов $Q\alpha\beta$, где Q — один из функторов: A, E, I, O.

(*a*) $\alpha=\beta\supset(I\alpha\gamma\supset I\beta\gamma)$ — замена в субъекте I

1. $\alpha=\beta$
2. $I\alpha\gamma$ } — посылки
3. $E\alpha\bar{\beta}$
4. $E\beta\bar{\alpha}$ } — из 1 по Df для = и & u
5. $\vdash(Ezx\,\&\,Iyz)\supset Iy\bar{x}$ — **А3**
6. $\vdash(\neg Iy\bar{x}\,\&\,Iyz)\supset\neg Ezx$ — из 5 по логике высказываний
7. $\vdash(Ey\bar{x}\,\&\,Iyz)\supset Izx$ — из 6 по **D1**
8. $\vdash(E\alpha\beta\,\&\,I\alpha\gamma)\supset I\gamma\beta$ — подстановка y/α, x/β, $\bar{\bar{y}}/\gamma$ в 7
9. $E\alpha\beta\,\&\,I\alpha\gamma$ — &$б$ 2, 4
10. $I\gamma\beta$ — *m. p.* 8, 9
11. $I\beta\gamma$ — из 10 по **Т1**

Ввиду симметричности равенства, что легко доказывается с помощью переводящей функции ψ, будет верен и принцип

(*b*) $\alpha=\beta\supset(I\alpha\gamma\equiv I\beta\gamma)$.

Так как для I имеет место обращение (**Т1**), то по **П3** из (*b*) легко получается принцип подстановочности равных в форме:

(*c*) $\alpha=\beta\supset(I\gamma\alpha\equiv I\gamma\beta)$ — замена в предикате I.

Из двух последних утверждений на основе **D1** и контрапозиции доказывается справедливость

(*d*) $\alpha=\beta\supset(E\alpha\gamma\equiv E\beta\gamma)$,
(*e*) $\alpha=\beta\supset(E\gamma\alpha\equiv E\gamma\beta)$.

Покажем теперь выполнимость **ПП*** для высказываний типа A, т. е.

(*f*) $\alpha=\beta\supset(A\alpha\gamma\supset A\beta\gamma)$ — замена в субъекте A.

1. $\alpha=\beta$
2. $A\alpha\gamma$ } — посылки
3. $E\alpha\bar{\beta}$
4. $E\beta\bar{\alpha}$ } — из 1 по Df для = и & u
5. $\vdash(Ezx\,\&\,Iyz)\supset Iy\bar{x}$ — аксиома 3
6. $\vdash(Ezx\,\&\,Ey\bar{x})\supset Eyz$ — из 5 по логике высказываний и **D1**
7. $\vdash(E\bar{\gamma}\alpha\,\&\,E\beta\bar{\alpha})\supset E\beta\bar{\gamma}$ — подстановка $z/\bar{\gamma}$, x/α, y/β в 6
8. $E\bar{\gamma}\alpha$ — по аксиоме 6 и **Т2** из 2
9. $E\bar{\gamma}\alpha\,\&\,E\beta\bar{\alpha}$ — &b, 8, 4
10. $E\beta\bar{\gamma}$ — *m. p.* 7, 9
11. $\vdash A\alpha\gamma\supset I\alpha\gamma$ — подст. в **Т3**
12. $\vdash I\alpha\gamma\supset A\alpha\alpha$ — аксиома 8 (подстановка)

13. $\vdash A\alpha\gamma\supset A\alpha\alpha$ — из 11, 12 по логике высказываний
14. $A\alpha\alpha$ — *m. p.* 13, 2
15. $E\alpha\bar{\beta}\,\&\,A\alpha\alpha$ — &$в$, 3, 14
16. $\vdash(Ezx\,\&\,Ayz)\supset Ay\bar{x}$ — аксиома 1
17. $\vdash(E\alpha\bar{\beta}\,\&\,A\alpha\alpha)\supset A\alpha\bar{\bar{\beta}}$ — подстановка z/α, $x/\bar{\beta}$, y/α в 16
18. $A\alpha\bar{\bar{\beta}}$ — *m. p.* 17, 15
19. $A\alpha\beta$ — из 18 по аксиоме 10 и *m. p.*
20. $I\alpha\beta$ — из 19 и **Т3** и *m. p.*
21. $I\beta\alpha$ — из 20 по **Т1** и *m. p.*
22. $A\beta\beta$ — из 21 по аксиоме 8 и *m. p.*
23. $E\beta\bar{\gamma}\,\&\,A\beta\beta$ — &$в$, 10, 22
24. $\vdash(E\beta\bar{\gamma}\,\&\,A\beta\beta)\supset A\beta\bar{\bar{\gamma}}$ — подстановка z/β, $x/\bar{\gamma}$, y/β в 16
25. $A\beta\bar{\bar{\gamma}}$ — *m. p.* 24, 23
26. $A\beta\gamma$ — из 25 по аксиоме 10

(*g*) $\alpha=\beta\supset(A\gamma\alpha\supset A\gamma\beta)$ — замена в предикате A

1. $\alpha=\beta$
2. $A\gamma\alpha$ } посылки
3. $E\,\alpha\bar{\beta}\,\&\,E\beta\bar{\alpha}$ — по Df для = из 1
4. $E\,\alpha\bar{\beta}$
5. $E\,\beta\bar{\alpha}$ } — из 3 по лог. выск.
6. $(Ezx\,\&\,Ayz\ )\supset Ay\bar{x}$ — аксиома 1
7. $(E\,\alpha\bar{\beta}\,\&\,A\gamma\alpha)\supset A\gamma\bar{\bar{\beta}}$ — подстановка z/α, $x/\bar{\beta}$, y/γ в 6
8. $E\,\alpha\bar{\beta}\,\&\,A\gamma\alpha$ — лог. выск. 4, 2
9. $A\gamma\bar{\bar{\beta}}$ — *m. p.* 7, 8
10. $A\gamma\beta$ — из 9 по аксиоме 10 и *m. p.*

Опять-таки по симметричности равенства имеют место два более сильных утверждения

(*h*) $\alpha=\beta\supset(A\alpha\gamma\equiv A\beta\gamma)$,
(*i*) $\alpha=\beta\supset(A\gamma\alpha\equiv A\gamma\beta)$.

Отсюда легко следует по контрапозиции и **D2** принцип подстановочности равенства в форме

(*j*) $\alpha=\beta\supset(O\gamma\alpha\equiv O\gamma\beta)$,
(*k*) $\alpha=\beta\supset(O\alpha\gamma\equiv O\beta\gamma)$.

Теперь перейдем к выведению в $ArC2$ аксиом булевой алгебры. Покажем прежде всего справедливость $\alpha=\bar{\bar{\alpha}}$ и законов де Моргана, которые будут использоваться для обоснования других соотношений.

Т9 $\alpha=\bar{\bar{\alpha}}$ (или, согласно ψ: $E\alpha\bar{\bar{\bar{\alpha}}}\,\&\,E\bar{\bar{\alpha}}\bar{\alpha}$)

1. $Ex\bar{x}$ — **А2**
2. $E\bar{\alpha}\bar{\bar{\alpha}}$ — подст. $x/\bar{\alpha}$ в 1
3. $E\bar{\bar{\alpha}}\bar{\alpha}$ — из 2 по **Т2**

4. $Ezx \,\&\, Iyz \supset Iy\bar{x}$ — **A3**
5. $Ezx \,\&\, \neg Iy\bar{x} \supset \neg Iyz$ — из 4 по лог. выск.
6. $Ezx \,\&\, Ey\bar{x} \supset Eyz$ — из 5 по **D1**
7. $Ezx \,\&\, E\bar{x}y \supset Ezy$ — из 6 по **T2** и **П3**
8. $E\alpha\bar{\alpha} \,\&\, E\bar{\bar{\alpha}}\bar{\bar{\alpha}} \supset E\alpha\bar{\bar{\alpha}}$ — подст. z/α, $x/\bar{\alpha}$, $y/\bar{\bar{\alpha}}$ в 7
9. $E\bar{\bar{\alpha}}\bar{\bar{\alpha}}$ — подст. x/α в 1
10. $E\alpha\bar{\alpha}$ — подст. x/α в 1
11. $E\alpha\bar{\alpha} \,\&\, E\bar{\bar{\alpha}}\bar{\bar{\alpha}}$ — лог. выск. 9, 10
12. $E\alpha\bar{\bar{\alpha}}$ — *т. р.* 8, 11
13. $E\alpha\bar{\bar{\alpha}} \,\&\, E\alpha\bar{\alpha}$ — лог. выск. 12, 3

T10 $E(\bar{x} \cup \bar{y})\overline{(x \cap y)}$ — обоснование $\bar{x} \cup \bar{y} \leqslant \overline{x \cap y}$

1. $Ex\bar{x}$ — **A2**
2. $E(x \cap y)\overline{(x \cap y)}$ — подст. $x/(x \cap y)$ в 1
3. $E(x \cap y)\bar{x} \,\&\, E(x \cap y)\bar{y}$ — из 2 по **A9**
4. $E(x \cap y)(\bar{x} \cup \bar{y})$ — из 3 по **A7**
5. $E(\bar{x} \cup \bar{y})(x \cap y)$ — из 4 по **T2**
6. $E(\bar{x} \cup \bar{y})\overline{(x \cap y)}$ — из 5 по **T9** и **ПП***

T11 $E\overline{(x \cap y)}\,\overline{(\bar{x} \cup \bar{y})}$ — обоснование $\overline{x \cap y} \leqslant \bar{x} \cup \bar{y}$

1. $Ex\bar{x}$ — **A2**
2. $E(x \cup y)\overline{(x \cup y)}$ — подст. $x/x \cup y$ в 1
3. $E\overline{(x \cup y)}(x \cup y)$ — из 2 по **T2**
4. $E\overline{(x \cup y)}x \,\&\, E\overline{(x \cup y)}y$ — из 3 по **A7**
5. $E\overline{(\bar{x} \cup \bar{y})}\bar{x} \,\&\, E\overline{(\bar{x} \cup \bar{y})}\bar{y}$ — из 4 подст. $x/\bar{x}$, $y/\bar{y}$
6. $E\overline{(\bar{x} \cup \bar{y})}\,\overline{(x \cap y)}$ — из 5 по **A9**
7. $E\overline{(x \cap y)}\,\overline{(\bar{x} \cup \bar{y})}$ — из 6 по **T2**

Теоремы **T10** и **T11** совместно обосновывают наличие $\overline{x \cap y} = \bar{x} \cup \bar{y}$. Отметим также, что попутно для формулы 3, участвующей в доказательстве **T10** и представляющей собой конъюнкцию **T5** и **T6**, обосновано, что она является теоремой. Отсюда, используя аксиому **A5**, легко получаются **T7** и **T8**.

T12 $E\overline{(x \cup y)}\,\overline{(\bar{x} \cap \bar{y})}$ — обоснование $\overline{x \cup y} \leqslant \bar{x} \cap \bar{y}$

1. $E\overline{(x \cup y)}x \,\&\, E\overline{(x \cup y)}y$ — формула 4 из **T11**
2. $Ez\overline{(x \cap y)} \equiv Ez\bar{x} \,\&\, Ez\bar{y}$ — **A9**
3. $Ez\overline{(\bar{x} \cap \bar{y})} \equiv Ez\bar{\bar{x}} \,\&\, Ez\bar{\bar{y}}$ — подст. $x/\bar{x}$, $y/\bar{y}$ в 2
4. $Ez\overline{(\bar{x} \cap \bar{y})} \equiv Ezx \,\&\, Ezy$ — из 3 по **T9** и **ПП***
5. $E\overline{(x \cup y)}\,\overline{(\bar{x} \cap \bar{y})} \equiv E\overline{(x \cup y)}x \,\&\, E\overline{(x \cup y)}y$ — подст. $z/\overline{x \cup y}$ в 4
6. $E\overline{(x \cup y)}\,\overline{(\bar{x} \cap \bar{y})}$ — *т. р.* 5, 1

T13 $E(\bar{x} \cap \bar{y})\overline{\overline{(x \cup y)}}$ — обоснование $\bar{x} \cap \bar{y} \leqslant \overline{x \cup y}$

1. $Ex\bar{x}$ — **A2**
2. $E(\bar{x} \cap \bar{y})\overline{(\bar{x} \cap \bar{y})}$ — подст. $x/\bar{x} \cap \bar{y}$ в 1
3. $E(\bar{x} \cap \bar{y})\bar{\bar{x}} \,\&\, E(\bar{x} \cap \bar{y})\bar{\bar{y}}$ — из 2 по **A9**
4. $E(\bar{x} \cap \bar{y})x \,\&\, E(\bar{x} \cap \bar{y})y$ — из 3 по **T9** и **ПП***
5. $E(\bar{x} \cap \bar{y})(x \cup y)$ — из 4 по **A7**
6. $E(\bar{x} \cap \bar{y})\overline{\overline{(x \cup y)}}$ — из 5 по **T9** и **ПП***

Теоремы **T12** и **T13** делают справедливым в $ArC2$ закон $\overline{x \cup y} = \bar{x} \cap \bar{y}$.

T14 $x \cup y = y \cup x$ — коммутативность $\cup$

1. $Ex\bar{x}$ — **A2**
2. $E(y \cup x)\overline{(y \cup x)}$ — подст. $x/y \cup x$ в 1
3. $E\overline{(y \cup x)}(y \cup x)$ — из 2 по **T2**
4. $E\overline{(y \cup x)}y \,\&\, E\overline{(y \cup x)}x$ — из 3 по **A7**
5. $E\overline{(y \cup x)}x \,\&\, E\overline{(y \cup x)}y$ — из 4 по лог. выск.
6. $E\overline{(y \cup x)}(x \cup y)$ — из 5 по **A7**
7. $E(x \cup y)\overline{(y \cup x)}$ — из 6 по **T2**

Это доказывает $x \cup y \leqslant y \cup x$. Аналогично доказывается $y \cup x \leqslant x \cup y$, что и обосновывает теорему **T14**.

T15 $x \cap y = y \cap x$ — коммутативность $\cap$

1. $Ex\bar{x}$ — **A2**
2. $E(x \cap y)\overline{(x \cap y)}$ — подст. в 1 $x/x \cap y$
3. $E(x \cap y)\bar{x} \,\&\, E(x \cap y)\bar{y}$ — из 2 по **A9**
4. $E(x \cap y)\bar{y} \,\&\, E(x \cap y)\bar{x}$ — из 3 по лог. выск.
5. $E(x \cap y)\overline{(y \cap x)}$ — из 4 по **A9**

Это доказывает $x \cap y \leqslant y \cap x$. Аналогично доказывается $y \cap x \leqslant x \cap y$, что и обосновывает теорему **T15**.

T16 $x \cup (y \cup z) = (x \cup y) \cup z$ — ассоциативность $\cup$

Для доказательства этой теоремы необходимо показать, что теоремами являются формулы $E(x \cup (y \cup z))\overline{((x \cup y) \cup z)}$ и $E((x \cup y) \cup z)\overline{(x \cup (y \cup z))}$.

Покажем это для первой формулы:

$$E(x \cup (y \cup z))\overline{((x \cup y) \cup z)} \equiv \mathbf{T2}\, E\overline{((x \cup y) \cup z)}(x \cup (y \cup z)) \equiv \mathbf{A7}$$
$$E\overline{((x \cup y) \cup z)}x \,\&\, E\overline{((x \cup y) \cup z)}y \,\&\, E\overline{((x \cup y) \cup z)}z.$$

Последний член конъюнкции по **T12**, **T13** и **ПП*** эквивалентен выражению $E(\overline{(x \cup y)} \cap \bar{z})z$, получающемуся подстановкой в **T7**. Для первых же двух членов конъюнкции имеем

$$\equiv \mathbf{A7}\, E\overline{((x \cup y) \cup z)}(x \cup y) \equiv \mathbf{T12, 13, ПП^*}\, E(\overline{(x \cup y)} \cap \bar{z})(x \cup y),$$

где последнее выражение — подстановка в **T8**. Аналогично показывается справедливость $E((x\cup y)\cup z)(\overline{x\cup(y\cup z)})$. Это завершает доказательство **T16**.

T17 $x\cap(y\cap z)=(x\cap y)\cap z$ — ассоциативность $\cap$

Для обоснования этой теоремы надо показать, что теоремами $ArC2$ являются формулы $E(x\cap(y\cap z))(\overline{(x\cap y)\cap z})$ и $E((x\cap y)\cap z)(\overline{x\cap(y\cap z)})$. Покажем это для первой формулы.

$E(x\cap(y\cap z))(\overline{(x\cap y)\cap z})\equiv$ **A9**$E(x\cap(y\cap z))\bar{x}\,\&$
$E(x\cap(y\cap z))\bar{y}\,\&\,E(x\cap(y\cap z))\bar{z}\equiv$ **A9, П3**$E\ (x\cap(y\cap z))\bar{x}\&$
$E(x\cap(y\cap z))(\overline{y\cap z})$.

Оба члена последней конъюнкции являются соответственно подстановками в теоремы **T5** и **T6**. Аналогично доказывается $E((x\cap y)\cap z)(\overline{x\cap(y\cap z)})$, что и завершает обоснование **T17**.

T18 $x\cup(y\cap z)=(x\cup y)\cap(x\cup z)$ — дистрибутивность $\cup/\cap$

а) $E(x\cup(y\cap z))(\overline{(x\cup y)\cap(x\cup z)})\equiv$ **A9**$E\ (x\cup(y\cap z))(\overline{x\cup y})$
$\&\,E(x\cup(y\cap z))(\overline{x\cup z})\equiv$ **T2, П3**$E(\overline{x\cup y})(x\cup(y\cap z))\,\&$
$E(\overline{x\cup z})(x\cup(y\cap z))\equiv$ **A7**$E(\overline{x\cup y})x\,\&\,E(\overline{x\cup y})(y\cap z)\&$
$E(\overline{x\cup z})x\,\&\,E(\overline{x\cup z})(y\cap z)\equiv$ **T12, 13, ПП**$^*E(\bar{x}\cap\bar{y})x$
$\&\,E(\bar{x}\cap\bar{y})(y\cap z)\,\&\,E(\bar{x}\cap\bar{z})x\,\&\,E(\bar{x}\cap\bar{z})(y\cap z)$.

Первый и третий члены последней конъюнкции могут быть получены подстановкой в **T8**. Для оставшихся членов верно:

$E(\bar{x}\cap\bar{y})(y\cap z)\,\&\,E(\bar{x}\cap\bar{z})(y\cap z)\equiv$ **A5, П3**$E((y\cap z)\cap\bar{x})\bar{y}\,\&$
$E((y\cap z)\cap\bar{x})\bar{z}\equiv$ **T15, 17, ПП**$^*E(y\cap(z\cap\bar{x}))\bar{y}\,\&$
$E((\bar{x}\cap y)\cap z)\bar{z}$,

т. е. оба последних члена являются подстановками в **T5** и **T6**.

б) $E((x\cup y)\cap(x\cup z))(\overline{x\cup(y\cap z)})\equiv$ **T10, 11, ПП**$^*E((x\cup y)$
$\cap(x\cup z))(\bar{x}\cap(\overline{y\cap z}))\equiv$ **A5**$E((\bar{x}\cap(\overline{y\cap z}))\cap(x\cup y))(x\cup z)$
$\equiv$ **A7**$E((\bar{x}\cap(\overline{y\cap z}))\cap(x\cup y))x\,\&\,E((\bar{x}\cap(\overline{y\cap z}))\cap(x\cup y))z$.

Первый член конъюнкции является теоремой $ArC2$, так как по ассоциативности он преобразуется в формулу $E(\bar{x}\cap((\overline{y\cap z})\cap(x\cup y)))x$, являющуюся подстановкой в **T8**. Второй член преобразуется далее:

$\equiv$ **A5**$E(z\cap(\bar{x}\cap(\overline{y\cap z})))(x\cup y)\equiv$ **A7**$E(z\cap(\bar{x}\cap(\overline{y\cap z})))x\,\&$
$E(z\cap(\bar{x}\cap(\overline{y\cap z})))y$.

Первый член по **T15, T17** и **ПП*** приводится к виду $E(\bar{x}\cap((\overline{y\cap z})\cap z)))x$ и оказывается подстановкой в **T7**. Оставшийся член преобразуется:

$\equiv$ **T17, ПП**$^*E((z\cap\bar{x})\cap(\overline{y\cap z}))y\equiv$ **A5**$E(y\cap(z\cap\bar{x}))(\overline{y\cap z})$
$\equiv$ **A9**$E(y\cap(z\cap\bar{x}))\bar{y}\,\&\,E(y\cap(z\cap\bar{x}))\bar{z}\equiv$ **T15, 17, ПП**$^*E(y\cap$
$(z\cap\bar{x}))\bar{y}\,\&\,E((\bar{x}\cap y)\cap z)\bar{z}$.

Оба последних члена являются подстановками в **T5** и **T6**.

T19 $x\cap(y\cup z)=(x\cap y)\cup(x\cap z)$ — дистрибутивность $\cap/\cup$

а) $E(x\cap(y\cup z))(\overline{(x\cap y)\cup(x\cap z)})\equiv$ **T12, 13, ПП**$^*E(x\cap$
$(y\cup z))((\overline{x\cap y})\cap(\overline{x\cap z}))\equiv$ **A5**$E(((\overline{x\cap y})\cap(\overline{x\cap z}))\cap x)(y\cup z)$
$\equiv$ **A7**$E(((\overline{x\cap y})\cap(\overline{x\cap z}))\cap x)y\,\&\,E(((\overline{x\cap y})\cap(\overline{x\cap z}))\cap x)z$
$\equiv$ **A5, T15, ПП***, **П3**$E((\overline{x\cap z})\cap(x\cap y))(\overline{x\cap y})\,\&\,E((x\cap z)\cap$
$(\overline{x\cap y}))(\overline{x\cap z})$.

Оба члена являются подстановками соответственно в **T6** и **T5**.

б) $E((x\cap y)\cup(x\cap z))(\overline{x\cap(y\cup z)})\equiv$ **A9**$E((x\cap y)\cup(x\cap z))\bar{x}$
$\&\,E((x\cap y)\cup(x\cap z))(\overline{y\cup z})\equiv$ **T2**$E\bar{x}((x\cap y)\cup(x\cap z))\,\&$
$E(\overline{y\cup z})((x\cap y)\cup(x\cap z))\equiv$ **A7**$E\bar{x}(x\cap y)\,\&\,E\bar{x}(x\cap z)\,\&$
$E(\overline{y\cup z})(x\cap y)\,\&\,E(\overline{y\cup z})(x\cap z)$.

Первые два члена после обращения по **T2** превращаются в $E(x\cap y)\bar{x}$ и $E(x\cap z)\bar{x}$ и являются подстановками в **T5**. Оставшаяся часть преобразуется по законам де Моргана в $E(\bar{y}\cap\bar{z})(x\cap y)\,\&\,E(\bar{y}\cap\bar{z})(x\cap z)\equiv$ **A5,T15,T17,ПП**$^*E((\bar{z}\cap x)\cap y)\bar{y}$ $\&\,E(z\cap(x\cap\bar{y}))\bar{z}$. Эти члены являются подстановками в **T6** и **T5**.

T20 $(x\cap y)\cup y=y$ — поглощение $\cap$

а) $E((x\cap y)\cup y)\bar{y}\equiv$ **T2**$E\bar{y}((x\cap y)\cup y)\equiv$ **A7**$E\bar{y}(x\cap y)\,\&\,E\bar{y}y$
$\equiv$ **T2**$E(x\cap y)\bar{y}\,\&\,Ey\bar{y}$.

Первый член — это теорема **T6**, а второй — подстановка в **A2**.

б) $Ey(\overline{(x\cap y)\cup y})\equiv$ **T10,11,ПП**$^*Ey((\overline{x\cap y})\cap\bar{y})\equiv$ **T2**
$E((\overline{x\cap y})\cap\bar{y})y$,

т. е. подстановка в **T7**. Аналогично ведется доказательство теоремы

T21 $(x\cup y)\cap y=y$ — поглощение $\cup$

T22 $(x\cap\bar{x})\cup y=y$ — закон противоречия

а) $E((x\cap\bar{x})\cup y)\bar{y}\equiv$ **T2**$E\bar{y}((x\cap\bar{x})\cup y)\equiv$ **A7**$E\bar{y}(x\cap\bar{x})\,\&\,E\bar{y}y$
$\equiv$ **T2**$E(x\cap\bar{x})\bar{y}\,\&\,Ey\bar{y}\equiv$ **A5**$E(\bar{y}\cap x)\bar{x}\,\&\,Ey\bar{y}$,

где оба члена конъюнкции являются теоремами.

б) $Ey(\overline{(x\cap\bar{x})\cup y})\equiv$ **T10,11,ПП**$^*Ey((\overline{x\cap\bar{x}})\cap\bar{y})\equiv$ **T2**
$E((\overline{x\cap\bar{x}})\cap\bar{y})y$,

т. е. подстановка в теорему **T7**.

T23 $(x\cup\bar{x})\cap y=y$ — закон исключенного третьего

а) $Ey(\overline{(x\cup\bar{x})\cap y})\equiv$ **A9**$Ey(\overline{x\cup\bar{x}})\,\&\,Ey\bar{y}\equiv$ **T10,11,ПП**$^*Ey$
$(\bar{x}\cap x)\,\&\,Ey\bar{y}\equiv$ **T2**$E(\bar{x}\cap\bar{\bar{x}})y\,\&\,Ey\bar{y}\equiv$ **A5**$E(y\cap\bar{x})\bar{\bar{x}}\,\&Ey\bar{y}$,

где оба члена являются теоремами системы.

б) $E((x\cup\bar{x})\cap y)\bar{y}$ подстановка в **T6**.

Лемма 2. Для любых термов α, β, $K(\alpha)$ справедлив принцип экстенсиональности

$$\textbf{(ПЭ)}\quad (\alpha=\beta)\supset(K(\alpha)=K(\beta)).$$

Доказательство ведется математической индукцией по глубине вхождения α в терм (контекст) $K(\alpha)$. Понятие глубины вхождения определяется индуктивно: 1) отдельно стоящий примитивный терм имеет глубину 0, 2) если в контексте $K(\alpha)$ терм α имеет глубину n, то в контекстах $\overline{K(\alpha)}$, $(K(\alpha)\cap\gamma)$, $(K(\alpha)\cup\gamma)$ его глубина $n+1$.

Для контекстов глубины 0 принцип экстенсиональности очевиден, так как в этом случае имеет место: если $\alpha=\beta$, то $\beta=\beta$. По предположению индукции допустим далее, что **ПЭ** выполняется для контекстов глубины $n-1$. Обозначим такой контекст $\Phi(\alpha)$. Тогда контекст $K(\alpha)$ глубины n графически равен либо $\overline{\Phi(\alpha)}$, либо $(\Phi(\alpha)\cap\gamma)$, либо $(\Phi(\alpha)\cup\gamma)$.

Случай 1. $K(\alpha)\sqsupset\!\sqsubset\overline{\Phi(\alpha)}$. Допустим, что $\alpha=\beta$ и $K(\alpha)\neq K(\beta)$. Тогда по предположению индукции $\Phi(\alpha)=\Phi(\beta)$, т. е. согласно переводящей функции ψ: $E\Phi(\alpha)\overline{\Phi(\beta)}\,\&\,E\Phi(\beta)\overline{\Phi(\alpha)}$. В то же время имеем $\neg(EK(\alpha)\overline{K(\beta)}\,\&\,EK(\beta)\overline{K(\alpha)}$ из $K(\alpha)\neq K(\beta)$, что дает $IK(\alpha)\overline{K(\beta)}\vee IK(\beta)\overline{K(\alpha)}$. Рассмотрим случай $IK(\alpha)\overline{K(\beta)}$. Так как $K(\alpha)\sqsupset\!\sqsubset\overline{\Phi(\alpha)}$, то $I\overline{\Phi(\alpha)}\,\overline{\overline{\Phi(\beta)}}$. Последнее эквивалентно по **T9** и **ПП*** $I\overline{\Phi(\alpha)}\Phi(\beta)$. Подстановкой в аксиому **A3** получаем $E\Phi(\beta)\overline{\Phi(\alpha)}\,\&\,I\overline{\Phi(\alpha)}\Phi(\beta)\supset I\overline{\Phi(\alpha)}\,\overline{\Phi(\alpha)}$. По *modus ponens* отсюда следует $I\overline{\Phi(\alpha)}\,\overline{\Phi(\alpha)}$, что эквивалентно $\neg E\overline{\Phi(\alpha)}\,\overline{\overline{\Phi(\alpha)}}$. Но в *ArC2* подстановкой в **A2** можно доказать $E\overline{\Phi(\alpha)}\,\overline{\overline{\Phi(\alpha)}}$, и мы получаем противоречие. Аналогично показывается противоречивость $IK(\beta)\overline{K(\alpha)}$.

Случай 2. $K(\alpha)\sqsupset\!\sqsubset(\Phi(\alpha)\cap\gamma)$. Допустим опять, что $\alpha=\beta$ и $K(\alpha)\neq K(\beta)$. По предположению индукции $\Phi(\alpha)=\Phi(\beta)$, т. е. $E\Phi(\alpha)\overline{\Phi(\beta)}\,\&\,E\Phi(\beta)\overline{\Phi(\alpha)}$. Условие о неравенстве контекстов $K(\alpha)$ и $K(\beta)$ равносильно $\neg(EK(\alpha)\overline{K(\beta)}\,\&\,EK(\beta)\overline{K(\alpha)})$, т. е. $IK(\alpha)\overline{K(\beta)}\vee IK(\beta)\overline{K(\alpha)}$. Рассмотрим случай $IK(\alpha)\overline{K(\beta)}$ или, иначе говоря, случай, когда $I(\Phi(\alpha)\cap\gamma)\overline{(\Phi(\beta)\cap\gamma)}$. Возьмем аксиому **A9** и подставим слева и справа от эквивалентности знак отрицания. Применяя далее **D1** и логику высказываний, получаем

$$\textbf{T24}\ Iz(\overline{x\cap y})\equiv Iz\bar{x}\vee Iz\bar{y}.$$

Осуществляя необходимые подстановки в эту теорему, будем иметь $I(\Phi(\alpha)\cap\gamma)\overline{(\Phi(\beta)\cap\gamma)}\equiv I(\Phi(\alpha)\cap\gamma)\overline{\Phi(\beta)}\vee I(\Phi(\alpha)\cap\gamma)\bar{\gamma}$. Последний член дизъюнкции противоречив, так как он эквивалентен $\neg E(\Phi(\alpha)\cap\gamma)\bar{\gamma}$. но в *ArC2* доказуемо утверждение $E(\Phi(\alpha)\cap\gamma)\bar{\gamma}$. Чтобы показать противоречивость первого члена дизъюнкции, осуществим подстановку в **A3**: $E\overline{\Phi(\beta)}\Phi(\alpha)\,\&\,I(\Phi(\alpha)\cap\gamma)\overline{\Phi(\beta)}\supset I(\Phi(\alpha)\cap\gamma)\overline{\Phi(\alpha)}$. По *modus ponens* получаем $I(\Phi(\alpha)\cap\gamma)\overline{\Phi(\alpha)}$, т. е. $\neg E(\Phi(\alpha)\cap\gamma)\overline{\overline{\Phi(\alpha)}}$, но в *ArC2* доказуемо $E(\Phi(\alpha)\cap\gamma)\overline{\overline{\Phi(\alpha)}}$, что ведет к противоречию. Аналогично рассматривается и случай $IK(\beta)\overline{K(\alpha)}$.

Случай 3. $K(\alpha)\sqsupset\!\sqsubset(\Phi(\alpha)\cup\gamma)$. Допустим, что $\alpha=\beta$ и $K(\alpha)\neq K(\beta)$. По индуктивному предположению из $\alpha=\beta$ следует $\Phi(\alpha)=\Phi(\beta)$, т. е. $E\Phi(\alpha)\overline{\Phi(\beta)}\,\&\,E\Phi(\beta)\overline{\Phi(\alpha)}$. С другой стороны, неравенство $K(\alpha)$ и $K(\beta)$ означает, что $\neg(EK(\alpha)\overline{K(\beta)}\,\&\,EK(\beta)\overline{K(\alpha)}$ или $IK(\alpha)\overline{K(\beta)}\vee IK(\beta)\overline{K(\alpha)}$. Рассмотрим случай $IK(\alpha)\overline{K(\beta)}$, который по **T1** эквивалентен $I\overline{K(\beta)}K(\alpha)$ и графически совпадает с $I(\overline{\Phi(\beta)\cup\gamma})(\Phi(\alpha)\cup\gamma)$. Возьмем аксиому **A7** и подставим слева и справа от знака эквивалентности отрицание. Применяя **D1** и логику высказываний, получаем

$$\textbf{T25}\quad Iz(x\cup y)\equiv Izx\vee Izy.$$

Осуществляя теперь в эту теорему нужные подстановки, будем иметь: $I(\overline{\Phi(\beta)\cup\gamma})(\Phi(\alpha)\cup\gamma)\equiv I(\overline{\Phi(\beta)\cup\gamma})\Phi(\alpha)\vee I(\overline{\Phi(\beta)\cup\gamma})\gamma\equiv$ **T12,13,ПП*** $I(\overline{\Phi(\beta)}\cap\bar{\gamma})\Phi(\alpha)\vee I(\overline{\Phi(\beta)}\cap\bar{\gamma})\gamma$. Второй член дизъюнкции противоречив, так как он является эквивалентным $\neg E(\overline{\Phi(\beta)}\cap\bar{\gamma})\gamma$, но в *ArC2* доказуемо $E(\overline{\Phi(\beta)}\cap\bar{\gamma})\gamma$. Чтобы показать противоречивость первого члена, делаем подстановку в **A3**: $E\Phi(\alpha)\overline{\Phi(\beta)}\,\&\,I(\overline{\Phi(\beta)}\cap\bar{\gamma})\Phi(\alpha)\supset I(\overline{\Phi(\beta)}\cap\bar{\gamma})\overline{\Phi(\beta)}$. По *modus ponens* отсюда следует $I(\overline{\Phi(\beta)}\cap\bar{\gamma})\overline{\Phi(\beta)}\equiv$ **T9,ПП*** $I(\overline{\Phi(\beta)}\cap\bar{\gamma})\Phi(\beta)\equiv$ **D1** $\neg E(\overline{\Phi(\beta)}\cap\bar{\gamma})\Phi(\beta)$, но в *ArC2* доказуемо утверждение $E(\overline{\Phi(\beta)}\cap\bar{\gamma})\Phi(\beta)$. Аналогично рассматривается случай $IK(\beta)\overline{K(\alpha)}$.

На этом завершается доказательство леммы 2, а тем самым обосновывается и принцип подстановочности равенства **(ПП)** в общем виде, т. е. теперь можно снять ограничение, наложенное на ПП*, согласно которому α должно было совпадать либо с субъектом, либо с предикатом. Теперь термин α может быть и частью субъекта или предиката. Таким образом доказательство **MT2** завершено.

Для дальнейших рассуждений важны следующие теоремы *ArC2*:

T26 $Ix1\equiv Axx$,	**T29** $I(x\cap y)z\equiv I(z\cap x)y$,
T27 $Ex\bar{y}\,\&\,Axx\equiv Axy$,	**T30** $Ex1\equiv Oxx$,
T28 $E0y$,	**T31** $Ix\bar{y}\vee Oxx\equiv Oxy$,

доказательство которых мы опускаем. Кроме того, будем свободно теперь пользоваться всеми булевыми соотношениями.

$$\textbf{MT3}\ \underset{ArC2}{\vdash}\ B\equiv\psi(\varphi(B))$$

1) $\psi(\varphi(A\alpha\beta)) \Leftrightarrow \psi(\alpha \cap \beta = \alpha \,\&\, \alpha > 0) \Leftrightarrow \psi(\alpha \cap \beta = \alpha) \,\&\, \psi(\alpha > 0) \Leftrightarrow E(\alpha \cap \beta)\bar{\alpha} \,\&\, E\alpha(\overline{\alpha \cap \beta}) \,\&\, E0\bar{\alpha} \,\&\, \neg E\alpha\bar{0}$. Данное выражение, в силу того что первый и третий члены являются подстановками соответственно в **T5** и **T28**, эквивалентно $E\alpha(\overline{\alpha \cap \beta}) \,\&\, \neg E\alpha\bar{0} \equiv$ **T10, 11, ПП**$E\alpha(\bar{\alpha} \cup \bar{\beta}) \,\&\, \neg E\alpha\bar{0} \equiv$ **D1, ПП** $E\alpha(\bar{\alpha} \cup \bar{\beta}) \,\&\, I\alpha\bar{0} \equiv$ **A7** $E\alpha\bar{\alpha} \,\&\, E\alpha\bar{\beta} \,\&\, I\alpha\bar{0}$. Так как $E\alpha\bar{\alpha}$ — подстановка в аксиому, преобразование продолжается так: $E\alpha\bar{\beta} \,\&\, I\alpha\bar{0} \equiv$ *Б.А.*.**ПП**$E\alpha\bar{\beta} \,\&\, I\alpha 1 \equiv$ **T26**$E\alpha\beta \,\&\, A\alpha\alpha \equiv$ **T27**$A\alpha\beta$.

2) $\psi(\varphi(I\alpha\beta)) \Leftrightarrow \psi(\alpha \cap \beta > 0) \Leftrightarrow E0(\overline{\alpha \cap \beta}) \,\&\, \neg E(\alpha \cap \beta)\bar{0} \equiv$ **T28** $\neg E(\alpha \cap \beta)\bar{0} \equiv$ **D1**$I(\alpha \cap \beta)\bar{0} \equiv$ **T29**$I(\bar{0} \cap \alpha)\beta \equiv$ *Б.А.*$I\ (1 \cap \alpha)\beta \equiv$ *Б.А.*$I\alpha\beta$.

На этом завершается доказательство **MT3**, которая совместно с **MT1** устанавливает, что $ArC2$ погружается в булеву алгебру.

$$\textbf{MT4} \underset{Б.А.}{\vdash} B \equiv \varphi(\psi(B)).$$

1) $\varphi(\psi(\alpha = \beta)) \Leftrightarrow \varphi(E\alpha\bar{\beta} \,\&\, E\beta\bar{\alpha}) \Leftrightarrow \varphi(E\alpha\bar{\beta}) \,\&\, \varphi(E\beta\bar{\alpha}) \Leftrightarrow (\alpha \cap \bar{\beta} = 0 \,\&\, \beta \cap \bar{\alpha} = 0) \equiv$ по определению псевдодополнения $(\bar{\beta} \leqslant \bar{\alpha} \,\&\, \bar{\alpha} \leqslant \bar{\beta}) \equiv$ по контрапозиции $(\alpha \leqslant \beta \,\&\, \beta \leqslant \alpha) \equiv$ по определению равенства $\alpha = \beta$.

2) $\varphi(\psi(\alpha \leqslant \beta)) \Leftrightarrow \varphi(E\alpha\bar{\beta}) \Leftrightarrow (\alpha \cap \bar{\beta} = 0) \equiv$ по определению псевдодополнения $(\bar{\beta} \leqslant \bar{\alpha}) \equiv$ по контрапозиции $\alpha \leqslant \beta$.

3) $\varphi(\psi(\alpha < \beta)) \Leftrightarrow \varphi(E\alpha\bar{\beta} \,\&\, \neg E\beta\bar{\alpha}) \Leftrightarrow \varphi(E\alpha\bar{\beta}) \,\&\, \neg\varphi(E\beta\bar{\alpha}) \Leftrightarrow (\alpha \cap \bar{\beta} = 0 \,\&\, \neg(\beta \cap \bar{\alpha} = 0)) \equiv$ по понятию псевдодополнения $(\bar{\beta} \leqslant \bar{\alpha} \,\&\, \neg(\bar{\alpha} \leqslant \bar{\beta})) \equiv$ по контрапозиции $(\alpha \leqslant \beta \,\&\, \neg(\beta \leqslant \alpha)) \equiv$ по определению «$<$» — $\alpha < \beta$.

На этом завершается доказательство **MT4**, которая совместно с **MT2** говорит, что булева алгебра погружается в силлогистику. Итак, булева алгебра и силлогистика $ArC2$ — дефинициально эквивалентные системы. Иначе говоря, они описывают один и тот же объект и устанавливают одинаковые соотношения, т. е. несут одну и ту же информацию, выраженную, правда, различными языковыми средствами.

Как уже говорилось, $ArC2$ содержит в качестве фрагмента систему $C2$ В. А. Смирнова. В последней, а следовательно и в $ArC2$, доказуемы все без исключения тезисы аристотелевской силлогистики. Поэтому $ArC2$ можно рассматривать как естественное распространение семантических соображений, положенных Аристотелем в основу своей позитивной и негативной силлогистик, на силлогистику со сложными терминами.

В $ArC2$ доказуемы также следующие теоремы:

T32 $Axy \,\&\, Axz \equiv Ax(y \cap z)$	**T38** $Exy \supset E(x \cap y)z$
T33 $Axy \supset A(x \cap y)y$	**T39** $I(x \cap y)z \supset Ixy \,\&\, Ixz \,\&\, Iyz$
T34 $Axy \equiv Ax(x \cap y)$	**T40** $Ox(y \cap z) \equiv Oxy \vee Oxz$
T35 $A(x \cap y)z \supset Ax(\bar{y} \cup z)$	**T41** $Axx \,\&\, Ayy \supset A(x \cup y)(x \cup y)$
T36 $Axy \,\&\, Azy \supset A(x \cup z)y$	**T42** $A(x \cap y)0 \supset Exy$
T37 $Axy \,\&\, Axz \supset Ax(y \cup z)$	**T43** $Axy \supset A1(\bar{x} \cup y)$

Выше отмечалось, что Аристотель выражал сомнение в правомерности импликации $Axy \,\&\, Axz \supset Ax(y \cap z)$ (**T32**). Теперь его позицию можно уточнить. В «Об истолковании» он пишет: «...из обособленных сказуемых одни, собранные вместе, утверждаются как одно целое высказывание, а другие нет» [3, 20b 30—32] и поясняет это на примерах. Так, о человеке можно сказать в отдельности, что он живое существо, и в отдельности, что он двуногий. Это же самое можно сказать и совместно (двуногое живое существо), однако «...если человек — кожевник и он хороший, то нельзя [это объединить и сказать] «хороший кожевник». Получится много нелепого, если считать, что по той причине, что каждое из двух [сказуемых] в отдельности истинно, и оба вместе должны быть истинными» [3, 20b 35—38]. Одна из нелепостей, связанная с кожевником, указана, другая — это хорошо известный софизм, с которым был знаком уже Платон [Евтидем 298е]: «Этот пес твой, этот пес отец, следовательно, этот пес твой отец» [3, 179b 13].

Парадоксальность данных рассуждений очевидна не только для Платона и Аристотеля, но и для любого другого человека. И тем не менее в современной логике принимается принцип:

$$\frac{\forall x(S(x) \supset P(x)) \,\&\, \forall x(S(x) \supset R(x))}{\forall x(S(x) \supset (P(x) \,\&\, R(x)))},$$

который прямо соответствует рассматриваемой импликации, если высказывание типа А интерпретировать в духе фундаментальной силлогистики. Почему же тогда Аристотель осторожно подходит к данному принципу, а в современной логике он действует без ограничения? Причина этого состоит в двойственном характере сказывания. Он пишет: «Сказуемые и то, относительно чего они утверждаются, не составляют единства, если они сказываются привходящим образом... Поэтому и кожевник хорош не без оговорок, зато он двуногое живое существо без оговорок, ибо он [таков] не привходящим образом» [3, 21a 6—15].

Для нас сейчас не столь важно, как понималось Аристотелем словосочетание «утверждается привходящим образом». Важно то, что он принимает данную импликацию, когда сказывание осуществляется существенным образом, а не привходяще. Если же говорить о современном подходе к этой проблеме, то парадоксальность рассмотренных примеров с кожевником и собакой можно объяснить тем, что термины «хороший», «твой» вообще не являются знаками свойств в обычном понимании этого слова, но ведь в высказывании Axy термин y должен выражать именно свойство, а не нечто отличное от свойства.

Из приведенного списка теорем наглядным становится различие, которое имеется между формами $A(x \cap y)z$ и $Ax(y \cap z)$. Если для последней формы верна теорема **T32**, то для первой не проходит ни $A(x \cap y)z \supset (Axz \& Ayz)$, ни $(Axz \& Ayz) \supset A(x \cap y)z$. Некоторая ассиметрия существует и для форм $Ax(y \cup z)$ и $A(x \cup z)y$, относительно которых выполняется **T36** и **T37**. При этом импликации в обратную сторону неверны. Так, например, Петр Испанский рассматривает как неправильный переход от высказывания «Каждое животное является рациональным или иррациональным» к высказыванию «Каждое животное рационально или каждое животное иррационально» [95, с. 129], когда мы от терминов, взятых в соединенном смысле, переходим к терминам, взятым в разделенном смысле. С другой стороны, **T36** можно обнаружить у Аристотеля в 23-й главе второй книги «Первой Аналитики», где обсуждается проблема индукции.

Очень любопытна ситуация с теоремами **T33** и **T34**. Прайер в [95] со ссылкой на безымянных античных и средневековых авторов приводит мнение, что высказывание «Каждый человек белый» эквивалентно «Каждый человек есть белый человек». Это совпадает с **T34**, правая часть которой трактуется как результат ограничения предиката субъектом. В то же время ими не принималась импликация **T33**, когда, наоборот, предикат ограничивает субъект. Основание к этому они видели в том, что в выражении $Axy \supset A(x \cap y)y$ консеквент является всегда истинным утверждением, в то время как антецедент («Каждый человек бел») — ложным.

Это говорит о глубоком расхождении в понимании логики между Аристотелем и указанными авторами. Прежде всего оно касается трактовки высказываний типа A, ибо, как было показано при анализе вопроса о силлогистическом тождестве, предложение $A(x \cap y)y$ вовсе не является для Стагирита аналитически истинным. Напротив, оно фактуально и может быть либо истинным, либо ложным. Второй пункт расхождения касается принципа «из лжи следует все, что угодно». Аристотель, специально исследовав этот вопрос применительно к силлогистике, уверен, что из ложных посылок могут вытекать как ложные, так и истинные заключения, т. е. следует все, что угодно, а поэтому доказательство в $ArC2$ **T33** находится в достаточно хорошем согласии с концепцией Аристотеля.

У Прайера есть еще один интересный момент, связанный с анализом силлогистики со сложными терминами. Он обращает внимание на различие, которое проводил Псевдо-Скотт относительно двух типов рассуждений:

$$Ixy, Ixz \vdash Izy,$$
$$Ix(y \cap z) \vdash Izy.$$

Первое из них, естественно, является неверным тезисом, так как такого модуса в III фигуре нет (y и z раздельно сказываются об x). Рассуждение же второго типа Псевдо-Скотт трактует как правильное. Это еще раз говорит о значительном различии совместного и раздельного сказывания. Наличие второго

вывода в $ArC2$ легко можно продемонстрировать, используя **T39**.

Что касается других теорем из приведенного списка, то де Морганом, например, рассматривались следующие законы:

(1) $E(x \cap y)(z \cap r) \supset E(x \cap y \cap z)r$,
(2) $A(x \cap y)z \supset Ax(\bar{y} \cup z)$,
(3) $Ax(y \cup z) \supset A(x \cap \bar{y})z$,
(4) $Ayx \equiv A1(\bar{y} \cup x)$,
(5) $Eyx \equiv A(y \cap x)0$.

В $ArC2$ теоремами являются (1) и (2). Формулы (4) и (5) верны лишь в одну сторону (**T43**, **T42**). Формула же (3) вообще не является теоремой. Причина всех этих расхождений состоит в различном понимании смысла высказываний типа А, относительно которых де Морган принимает семантические условия истинности фундаментальной силлогистики, что не согласуется с точкой зрения Аристотеля, так как данные условия оправдывают закон тождества Axx.

Легко показать, что присоединение Axx к $ArC2$ ведет к противоречию. Действительно:

1. $\vdash Axx$ — допущение
2. $\vdash A(x \cap \bar{x})(x \cap \bar{x})$ — подст. $x/x \cap \bar{x}$ в 1
3. $\vdash A(x \cap \bar{x})x \& A(x \cap \bar{x})\bar{x}$ — из 2 по **T32**
4. $\vdash A(x \cap \bar{x})x$ — из 3 по лог. выск.
5. $\vdash I(x \cap \bar{x})x$ — из 4 по **T3**
6. $\vdash I0x$ — из 5 по **D3** и **ПП**
7. $\vdash \neg E0x$ — из 6 по **D1**
8. $\vdash \neg E0y$ — из 7 подст. x/y,

что противоречит **T28** и делает $ArC2$ противоречивой.

§ 5. ЧТО ЕСТЬ СИЛЛОГИСТИКА?

В течение долгого времени существовало, а вместе с созданием новой логики и получило господствующее значение мнение о силлогистике как теории, содержание которой полностью исчерпано и превзойдено современными теориями дедукции. Считается, что все полезное и ценное из содержания старой логики уже вошло в состав современных логических концептуальных систем, а все, что не вошло, может быть отброшено. Современная логика, бесспорно, достигла выдающихся результатов и демонстрирует такое богатство содержания и такую утонченность методов исследования, что силлогистика выглядит на этом фоне весьма простой, если не примитивной, системой. И все же согласиться с подобной точкой зрения трудно, хотя бы уже потому, что логика как наука представляет собой целостную систему, в которой каждая составная часть постоянно развивается и вносит свой вклад в сумму имеющихся знаний.

Подходя с этой точки зрения к силлогистике, первое, что следует отметить, это ее кардинальное отличие от стандартной теории кванторов (имеется в виду исчисление предикатов первого порядка), состоящее в наличии в ней двух логических категорий — субъекта и предиката, а не одной лишь категории предиката. Это обстоятельство терминологически может быть выражено так: силлогистика является субъектно-предикатным исчислением. Между указанными теориями существует глубокое и важное содержательное различие, определяющее, в частности, тот факт, что в силлогистике нет выражений вида «Всякий x есть P», где x пробегает по общему и для всех других переменных универсуму, а есть лишь выражение «Всякий x из класса S есть P», где S в каждом случае может быть иным, т. е. силлогистика по своим структурным и семантическим особенностям теснее связана не со стандартным исчислением предикатов, а с многосортным исчислением. Но и это еще не все. Силлогистика в определенном смысле богаче даже многосортного исчисления, так как естественным образом должна включать в себя и теорию дескрипции, поскольку как субъект, так и предикат могут быть выражены здесь сложными описательными именами. Поэтому силлогистика может быть также соотнесена с ε-исчислением Гильберта.

Конечно, говоря о богатстве идей, заложенных в силлогистике, мы не упускаем из виду и ее основной недостаток, а именно то, что силлогистика в ее традиционном выражении всегда была и остается теорией лишь одноместных предикатов. Этот недостаток реально мешает ее широкому использованию в научной практике, где наряду с атрибутивными высказываниями большое значение имеют высказывания об отношениях. Однако данный порок может быть в принципе преодолен, если, конечно, на саму силлогистику не смотреть как на некую реликвию, а видеть в ней развивающуюся теорию, способную к дальнейшим трансформациям. В этом случае вполне возможно построение такой теории силлогистики, которая будет содержать и принципы оперирования с высказываниями об отношениях. Первые попытки в этом направлении уже сделаны Е. К. Войшвилло [14] (см. также [11]).

В связи с этим возникает интересный вопрос: является ли теория, обогащенная таким способом, силлогистикой или ее надо считать теорией нового типа. По крайней мере задача создания некоторой синтетической теории, которая вбирала бы в себя все самое плодотворное из силлогистики и исчисления предикатов, имеет смысл. Такая логическая система должна содержать силлогистику и переходить в обычное стандартное исчисление предикатов при наложении определенных ограничивающих условий. Иначе говоря, речь идет об осуществлении синтеза старой и новой логик в некоторой обобщающей их дедуктивной системе.

Другое важное преимущество, даваемое нам внимательным

изучением силлогистики, состоит в обогащении наших представлений о возможных интерпретациях категорических высказываний естественного языка. То, что классическая логика не является единственно возможной теорией дедукции, на сегодняшний день хорошо известно. Однако установление этого факта и связанная с ним критика классической логики шли главным образом за счет анализа и переосмысления принципов логики высказываний. Именно так обстояло дело при разработке интуиционистской и релевантных логик. Кванторная часть видоизменялась только в связи с анализом недостатков, имеющихся в фундаментальной части. Например, если в конструктивной логике и не принимаются теоремы чистого существования, то это определяется, по сути дела, отказом от закона исключенного третьего.

Обращение к силлогистике и ее исследование прямым и непосредственным образом демонстрирует все разнообразие истолкований общих и частных высказываний. На эту сторону дела и было обращено внимание в данной работе. Можно с уверенностью сказать, что изучение силлогистики вносит немаловажный вклад в общую сумму наших логических знаний, позволяя избавиться от иллюзии, что классическая трактовка кванторов является единственно разумной. На самом деле, как было показано, существуют и альтернативные, не менее приемлемые, интерпретации смыслов категорических высказываний.

Проведенное исследование, думается, ответило и еще на один вопрос, а именно: с чем связана так называемая «загадочность», «таинственность» силлогистики? Выяснилось, что в значительной степени она объясняется смешением различных концепций силлогистики, неучетом специфики их концептуально-металогического содержания и семантик, а потому систематизация имеющихся данных должна быть первым шагом, без которого нельзя приступать к всестороннему исследованию каждой силлогистической теории в отдельности.

Особо хотелось бы подчеркнуть важность и принципиальность утверждения, что одной, единственно возможной силлогистической теории не существует, что имеют право на существование совершенно отличные друг от друга силлогистики. Разумеется, в связи с этим встает вопрос о выборе тех систем, в которых интерпретация категорических высказываний наиболее естественна, т. е. в наибольшей мере отвечает нашей интуиции. Видимо, однозначного ответа в данном случае дать нельзя, так как ценность и полезность той или иной концепции категорических высказываний может меняться в зависимости от целей и контекста различных исследований.

Конечно же, многие важные и интересные вопросы, связанные с силлогистикой, не были затронуты в работе. В частности, не исследовались те истолкования категорических высказываний, которые базируются не на теоретико-множественных представлениях, а на отношении части и целого. Здесь имеются в виду работы С. Лесневского [84], С. Леевского [83] и Р. З. Джиджяна [20], в которых как раз и реализован данный подход. Основное внимание было уделено логике Аристотеля, анализ которой является важным как с исторической точки зрения (прояснение подлинных взглядов этого мыслителя и отделение их от всего наносного, неверно интерпретированного), так и с точки зрения разработки современных концептуальных систем. Несомненно, в текстах Аристотеля много встречается туманных и не всегда ясно выраженных мыслей. Его логические построения могут быть подвергнуты критике по разным вопросам синтаксического и семантического порядка как не отвечающие нашим современным представлениям о строгости дедуктивной теории. Но эти моменты осознавал и сам Аристотель, который писал: «Что же касается учения об умозаключениях, то мы не нашли ничего такого, что было бы сказано до нас, а должны были сами создать его с большой затратой времени и сил. Если же вам, рассматривающим это учение, созданное вначале при таких обстоятельствах, оно кажется вполне удовлетворительным по сравнению с другими учениями, расширявшимися на основе предания, то остается сказать, что вам, слушателям, следует быть снисходительными к упущениям в этом учении, а за все изобретенное нами — глубоко признательными» [3, 184a, 9—b7].

ЛИТЕРАТУРА

1. Маркс К., Энгельс Ф. Соч. 2-е изд., т. 7.
2. Ленин В. И. Полн. собр. соч., т. 29.
3. Аристотель. Соч.: В 4-х т. М., 1976, 1978, т. 1, 2.
4. Аристотель. Аналитики первая и вторая. М., 1952.
5. Асмус В. Ф. Логика. М., 1947.
6. Ахманов А. С. Логическое учение Аристотеля. М., 1960.
7. Бочаров В. А., Джапаридзе В. Л. Некоторые вопросы реконструкции аристотелевской силлогистики. — Вестн. Моск. ун-та. Сер. VII. Философия, 1978, № 5.
8. Бочаров В. А. Экзистенциальные предпосылки и силлогистика. — В кн.: Релевантные логики и теория следования. 2-й Советско-финский коллоквиум по логике. М., 1979.
9. Бочаров В. А. Алгебраические реконструкции силлогистики. — В кн.: Логико-методологические исследования. М., 1980.
10. Бочаров В. А. Силлогистика без экзистенциальных предпосылок. Автореф. дис. на соиск. учен. степ. канд. филос. наук. М., 1980.
11. Бочаров В. А. Свободное субъектно-предикатное исчисление: Тезисы VIII Всесоюзной конференции «Логика и методология науки». Вильнюс, 1982.
12. Бродский И. Н. Отрицательные высказывания. Л., 1973.
13. Бурбаки Н. Теория множеств. М., 1965.
14. Войшвилло Е. К. Опыт построения исчисления предикатов, приближенного к естественному языку. — В кн.: Логическая структура научного знания. М., 1965.
15. Войшвилло Е. К. Понятие. М., 1967.
16. Гильберт Д., Аккерман В. Основы теоретической логики. М., 1947.
17. Гильберт Д. Основания геометрии. М.—Л., 1948.
18. Гладких Ю. Г. Логика, свободная от экзистенциальных предпосылок. — Вопр. философии, 1970, № 3.
19. Горский Д. П. Логика. М., 1963.
20. Джиджян Р. З. Расширенная силлогистика. Ереван, 1977.
21. Диоген Лаэртский. О жизни, учениях и изречениях знаменитых философов. М., 1979.
22. Иванов Ю. П. Утверждения о несуществующих предметах и мейнонговская концепция объекта. — В кн.: Логический анализ естественных языков. 2-й Советско-финский коллоквиум по логике. М., 1979.
23. Ивин А. А. Теория категорических суждений и условная связь. — В кн.: Логика и методология научного познания. М., 1974.
24. Кант И. Соч.: В 6-ти т. М., 1963, т. 1.
25. Котарбиньский Т. Избр. произведения. М., 1963.
26. Кэррол Л. История с узелками. М., 1973.
27. Лесневский С. Основы общей теории множеств. М., 1916.
28. Логика. М., 1967.
29. Ломоносов М. В. Полн. собр. соч., М., 1952, т. 7.
30. Лукасевич Я. Аристотелевская силлогистика с точки зрения современной формальной логики. М., 1959.
31. Маковельский А. С. История логики. М., 1967.
32. Маркин В. И. Семантическое доказательство погружения некоторых систем силлогистики в исчисление предикатов. — В кн.: Логические исследования (Труды научно-исследовательского семинара по логике Института философии АН СССР). М., 1983, вып. 2.

33. Мендельсон Э. Введение в математическую логику. М., 1971.
34. Милль Дж. С. Система логики силлогической и индуктивной. М., 1899.
35. Минто В. Дедуктивная и индуктивная логика. М., 1909.
36. Попов В. М. Разрешимость силлогистики с отрицательными терминами. — В кн.: Модальные и релевантные логики (Труды научно-исследовательского семинара по логике Института философии АН СССР). М., 1982, вып. 1.
37. Секст Эмпирик. Соч.: В 2-х т. М., 1975, т. 1.
38. Секст Эмпирик. Соч.: В 2-х т. М., 1976, т. 2.
39. Сикорский Р. Булевы алгебры. М., 1969.
40. Смирнов В. А. Замечания по поводу системы силлогистики и общей теории дедукции. — В кн.: Проблемы логики. М., 1963.
41. Смирнов В. А. Погружение силлогистики в исчисление предикатов. — В кн.: Логическая семантика и модальная логика. М., 1967.
42. Смирнов В. А. Силлогистика без закона исключенного третьего и ее погружение в исчисление предикатов. — В кн.: Исследование логических систем. М., 1970.
43. Смирнов В. А. От редактора. — В кн.: Инголлс Д. Г. Х. Введение в индийскую логику навья-ньяя. М., 1974.
44. Смирнов В. А. Адекватный перевод утверждений силлогистики в исчисление предикатов. — В кн.: Актуальные проблемы логики и методологии науки. Киев, 1980.
45. Струве Г. Элементарная логика. Спб., 1910.
46. Стяжкин Н. И. Становление идей математической логики. М., 1964.
47. Стяжкин Н. И. Формирование математической логики. М., 1967.
48. Субботин А. Л. Аристотелевская силлогистика с точки зрения алгебры. — В кн.: Формальная логика и методология науки. М., 1964.
49. Субботин А. Л. Теория силлогистики в современной формальной логике. М., 1965.
50. Субботин А. Л. Алгебраическая полуструктура и традиционная формальная логика. — В кн.: Логическая семантика и модальная логика. М., 1967.
51. Субботин А. Л. Традиционная и современная формальная логика. М., 1969.
52. Уемов А. И. Пустые классы и аристотелевская логика. — В кн.: Логические исследования. М., 1959.
53. Френкель А., Бар-Хиллел И. Основания теории множеств. М., 1966.
54. Федоров Б. И. Логика Бернардо Больцано. Л., 1980.
55. Формальная логика. Л., 1977.
56. Челпанов Г. Учебник логики. Киев, 1907.
57. Чичерин Б. Основания логики и метафизики. М., 1894.
58. Albert of Saxony. Perutilis logica excellentissimi sacre theologie professoris Magistri Alberti de Saxonia ordinis Eremitarum Divi Augustini... (Venice, 1522). Repr. Hildesheim, 1974.
59. Alexander of Aphrodisias. In Aristotelis analyticorum priorum librum I commentariam, ed. M. Wallies. Commentaria in Aristotelen Graeca, vol. 2, pars 1. Berlin, 1883. Super prior resolutoria Aristotelis subtilissima explanatio a Ioanne Bernardo Felissiano in latinum conversa... (Venice, 1560).
60. Apuleius Madaurensis. Liber peri hermeneias, in Apulei Madaurensis opera qual supersunt, vol. 3, ed. P. Thomas (Bibliotheca scriptorum graecorum et romanorum Teubneriana). Leipzig, 1908.
61. Bacon J. Syllogistic in non-classical restricted-quantification theory (abstract). — The journal of Symbolic Logic, vol. 31, 1966.
62. Bacon J. Syllogistic without exsistence. — Notre Dame journal of Formal Logic, vol. 8, n. 3. 1967.
63. Bocharov V. A. Syllogistics with empty terms. — 6th International Congress of Logics, Methodology and Philosophical of Science. «Abstracts», section 5, 7. Hannover. 1979.
64. Bocheński I. M. On the categorical syllogism. — Dominican studies, 1

(1948). Repr. in Logico-philosophical studies, ed. A. Menne. Dordrecht, 1962.
65. Bocheński I. M. Formale Logik. Freiburg-Munich, 1956.
66. Boethius. De syllogismo categorico libri duo. — In: Manlii Severini Boetii opera omnia... tomus posterior, ed. I.-P. Migne (Patrologiae Latina, vol. 64). Paris, 1891.
67. Bolzano B. Theory of science: Attempt at a detailed and in the main novel exposition of logic with constant attention to earlier authors, ed. and trans. by R. George. Oxford, 1972.
68. Brentano F. Psychology from an empirical standpoint, ed. L. L. McAlister. London, 1973.
69. Church A. The History of the Question of Existential Import of Categorical Proposition. — Proceedings of the 1964 International Congress for Logic, Methodology and the Philosophy of Science. Amsterdam, 1965.
70. Coimbra. Commentarii in libros Aristotelis Stagiritae de priori resolutione, in Commentarii collegii Conimbricensis e societate Iesue's universam dialecticam Aristotelis Stagiritae Graeco Aristotelis contextui adiuncta est Latina versio. 2 nd ed. Lyon, 1610.
71. Corcoran J. A mathematical model of Aristotele's syllogistic. — Archiv für Geschichte der Philosophie, n. 55, 1973.
72. Corcoran J. Completeness of an ancient logic. — The journal of Symbolic Logic, vol. 37, 1972.
73. De Morgan. Formal Logic or the Calculus of Inference, Necessary and Probable. London, 1847.
74. Gergonne J. D. Essai de dialectique rationalle. — Annales de Mathematiques, t. 7 (1816—17).
75. Hailperin T. Quantification and Empty Individual Domains. — The journal of Symbolic Logic, vol. 18, n. 3, 1953.
76. Hailperin T. A theory of restricted quantification. — The journal of Symbolic Logic, vol. 22, 1957.
77. Iwanuś B. Remarks about syllogistic with negative terms. — Studia Logica, t. 24, 1969.
78. Iwanuś B. Proof of decidability of the traditional calculus of names. — Studia Logica, t. 32, 1973.
79. Jaśkowski S. On the interpretations of Aristotelian categorical propositions in the predicate calculus. — Studia Logica, t. 24, 1969.
80. Kamiński S. Reguly sylogizmów z uwzglednіem schematów o zaprzeczonym podmiocie. — Studia Logica, t. 16, 1965.
81. Keynes J. N. Formal Logic. London, 1906.
82. Kneale W., Kneale M. The development of Logic. Oxford, 1962.
83. Lejewski C. Aristotle's syllogistic and its extentions. — Synthese, vol. 15, n. 2, 1965.
84. Leśniewski St. O podstawach matematyki. — Przeglad filozoficzny, n. 30—34, 1927—31.
85. Maier H. Die syllogistik des Aristoteles. Tübingen, 1900.
86. Marsilius of Inghen. Quaestiones perutiles super libros priorum analeticorum Aristotelis (Venice, 1516). Repr. Frankfurt, 1968.
87. Meredith C. A. Terminal functors permissible with syllogistic. — Notre Dame journal of Formal Logic, n. 10, 1969.
88. Miller J. W. The structure of Aristotelian logic. London, 1938
89. Ockham W. Summa Logicae pars prima. 1951; Summa Logicae pars secunda et tertiae prima, 1962. ed. P. Boehner (St. Bonaventure. N. Y.: the Franciscan Institute; Louvain: E. Nauwelaerts; Padderborn: F. Schöningh).
90. Pacius J. In Porphyrii Isagogen et Aristotelis Organum commentarius analyticus... (Frankfurt, 1597). Repr. Hildesheim, 1966.
91. Peirce Ch. S. On the logic of number. — The American Journal of Mathematics, t. 4, 1881.
92. Peter of Spain. Tractatus called afterwards Summula Logicales: first critical edition from manuscripts with an untroduction by L. M. de Rijk. Assen, 1972.

93. Philoponus. In Aristotelis Analytica Priora Commentaria, ed. M. Wallies. Commentaria in Aristotelem Graeca, vol. 13, pars 2. Berlin. 1905. In libros priorom resolutivorum Aristotelis commentaria, tr. Lucilius Philalthaeus (Venice, 1548).
94. Prantl C. Geschichte der Logik im Abendlande. Leipzig, 1927.
95. Prior A. N. Formal Logic. Oxford, 1962.
96. Russell B. On denoting. — Mind, vol. 14, n. 56, 1905.
97. Scotus J. D. In libros Priorum analyticorum Aristotelis quaestiones, in Ioannis Duns Scoti Doctorus Subtilis Ordinis Minorum opera omnia ed. L. Wadding (Lyon, 1639), vol. 1. Repr. Hildesheim, 1968.
98. Slupecki J. Z badań nad sylogistyka Arystotelesa. — Travaux de la Société des Sciences et des lettres de Wroclaw, ser. B, n. 9. Wroclaw, 1948.
99. Smiley T. I. What is a syllogism? — Journal of Philosophical logic, n. 2, 1973.
100. Smiley T. I. Syllogism and quantification. — The journal of Symbolic Logic, vol. 27, 1962.
101. Smith H. B. A further note on subalternation and the disputed syllogistic moods. — The journal of Phylosophy, vol. 21, 1924.
102. Strawson P. F. Introduction to Logical Theory. London, 1952.
103. Thom P. The syllogism. München, 1981.
104. Thomas I. CS(n): an extension of CS.—Dominican Studies, vol. 2, 1949.
105. Venn J. Symbolic Logic. London, 1894.
106. Vieru S. Alternative formulations for Aristotle's syllogistic. — Revue Roumaine des Sciences Socials, serie Philosophic et Logique, t. 14, n. 3, 1970.
107. Vieru S. The connection of assertoric syllogistic with other systems of logic. — Revue Roumaine des Sciences Socials, serie Philosophic et Logique, n. 2, 1971.
108. Vieru S. Embedding of assertopic syllogistic into the predicate calculus. 4th International Congress for Logic, Methodology and Philosophy of Science. Bucharest, 1971.
109. Vojswillo J. K. A Fogalom. Budapest, 1978.
110. Wedberg A. The Aristotelian Theory of classes. — Ajatus, t. 15, 1948.
111. Whitehead A. N., Russell B. Principia mathematica, vol. 1—3. Cambridge, 1911—1913.
112. William of Sherwood. Introduction to logic, tr. with an introduction and notes N. Kretzmann. Minneapolis, 1966.

ОГЛАВЛЕНИЕ

Вячеслав Александрович Бочаров

АРИСТОТЕЛЬ И ТРАДИЦИОННАЯ ЛОГИКА

(Анализ силлогистических теорий)

Зав. редакцией Г. С. Ливанова
Редакторы Э. Г. Храстецкий, Е. В. Гараджа
Обложка художника В. А. Валита
Художественный редактор Б. С. Вехтер
Технический редактор М. Ю. Завражнова
Корректоры Л. А. Айдарбекова, Т. С. Милякова

Тематический план 1984 г. № 34
ИБ № 1779

Сдано в набор 9.08.83 г.
Подписано к печати 28.04.84 г.
Л-78895 Формат 60×90/16
Бумага тип. № 2
Гарнитура литературная
Высокая печать
Усл. печ. л. 8,5 Уч.-изд. л. 9,06
Тираж 6200 экз. Заказ 186
Цена 55 коп. Изд. № 2729

Ордена «Знак Почета» издательство
Московского университета.
103009, Москва, ул. Герцена, 5/7.
Типография ордена «Знак Почета»
изд-ва МГУ.
Москва, Ленинские горы

В Издательстве Московского университета в 1985 г. выйдет:

Ивлев Ю. В. Содержательная семантика модальной логики. 10 л.

Монография посвящена построению неформальных семантик модальной логики (логики высказываний и логики предикатов). Это первое не только в отечественной, но и в мировой литературе монографическое исследование содержательных семантик данного типа. В основе развиваемого автором оригинального подхода лежит различие фактических и логических алетических модальных понятий (необходимость, возможность и случайность).

Для специалистов в области логики, преподавателей философии, аспирантов и студентов философских факультетов университетов.